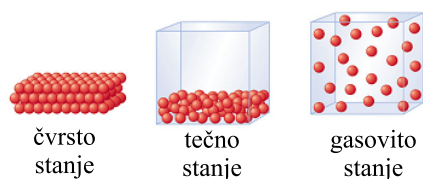


# Elementi mehanike fluida

Slobodno se može reći da smo mi, kao i druga živa bića na Zemlji, u neprekidnom kontaktu sa raznim vrstama fluida. Mi se krećemo kroz fluid i udišemo ga (vazduh), plivamo u njima i pijemo ih (voda, ...), naša tela su puna raznih vrsta fluida, .... Medjutim, ako bi trebalo da ukratko definišemo ovaj pojam potrebno je da se udubimo u strukturu supstance makar do molekularnog nivoa i u analizu ukljuv citi medjumolekularne sile. Naravno, prirodno će se pojaviti i niz pitanja, kao što su da li fluide možemo da opišemo zakonima koje smo već uveli u okviru mehanike ili moramo da uvedemo nove?

Materija, u principu može da bude u tri agregatna stanja: čvrstom, tečnom i gasovitom. Iz svakodnevnog iskustva je poznato da tela koja su u čvrstom agregatnom stanju imaju i stalan oblik i stalnu zapreminu. Takodje je poznato da tečnosti imaju određenu zapreminu ali ne i oblik (one poprimaju oblik suda u kome se nalaze, pri čemu se uvek formira i takozvana slobodna površina tečnosti). Kad je reč o gasovima, oni nemaju ni stalan oblik ni stalnu zapreminu (popunjavaju celu zapreminu koja im je na raspolaganju i pri tome poprimaju njen oblik), slika 6.1. Ovakva definicija



Slika 6.1: Jedna ista supstancija u tri agregatna stanja

tri agregatna stanja nam pomaže da steknemo slikovitu predstavu različitih

stanja materije, ali je u određenom smislu veštačka i ne sasvim tačna. Na primer, obično se smatra da je asfalt u čvrstom agregatnom stanju, ali nakon dovoljno dugo vremena, njegovi slojevi počinju da klize jedni preko drugih, to jest, on počinje da se ponaša kao tečnost. Takodje, mnoge supstance mogu da budu, u zavisnosti od uslova pod kojim se nalaze, u čvrstom, tečnom ili gasovitom agregatnom stanju.<sup>1</sup>

Fluid možemo da definišemo na osnovu toga kako se ponaša kada na njega deluje neka sila. Sile koje deluju na tela mogu da se, prema načinu delovanja, podele na sile istezanja, uvrtanja, komprimovanja (one izazivaju pritisak koji na telo deluje sa svih strana). Tela koja su u čvrstom agregatnom stanju se veoma malo deformišu kada se nalaze pod dejstvom sila, a i kad se deformišu, ukoliko sila nije preterano velika, nakon prestanka njenog dejstva, vraćaju se u prethodno stanje. Većina fluida se, međutim lako deformišu i ne vraća u prethodno stanje, jer fludi mogu da *teku*. Tačnije rečeno, **fluid** je stanje u kome materija može da teče i menja oblik zapremine pod dejstvom veoma malih sila.

Već je pomenuto da materija može da egzistira u tri stanja koja se često zovu **faze**. Različite faze materija i njihove osobine mogu da se razumeju ako se podje od analize sila između atoma koji čine posmatranu materiju.

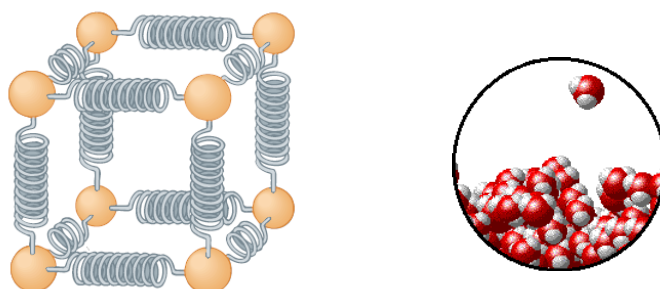
Tako su atomi u supstanci koja je u čvrstom agregatnom stanju, u relativno bliskom kontaktu, a sile koje deluju između njih dozvoljavaju atomima samo da osciluju oko ravnotežnih položaja ali ne i da se kreću kroz supstancu na takav način da menjaju okruženje.<sup>2</sup> Te sile mogu da se predstavljaju kao elastične opruge (slika 6.2) koje mogu da se istežu i sabijaju ali ne i da se kidaju. Iz tog razloga materiju koja je u čvrstom agregatnom stanju ne možemo da mnogo deformišemo, a u momentu kada prestane dejstvo spoljašnjih sila ona počne da se vraća u stanje koje je postojalo pre deformacije. Drugim rečima, čvrsta tela zadržavaju svoj oblik i za to im nije potrebno da se nalaze u nekom sudu.

Atomi tečne faze, slično onima u čvrstoj, su u bliskom kontaktu jedni sa drugima, ali mogu da se pomeraju kroz prostor i na taj način da promene okruženje. Tečna faza se opire sabijanju, slično čvrstoj, ali tečnosti mogu lako da teku i da se deformišu. Sile koje deluju između atoma u tečnom agregatnom stanju su privlačne i ne dozvoljavaju atomima da lako odu iz tečnosti. Tečnosti ostaju u sudu koji je otvoren odozgo.

Atomi u gasovima su međusobno udaljeni na rastojanja koja su velika u

<sup>1</sup>Svakodnevnim primer za ovo je voda, koja u zavisnosti od temperature i pritiska pod kojima se nalazi, može da bude u obliku leda, tečne vode ili pak vodene pare.

<sup>2</sup>Drugim rečima posmatrani atom supstance u čvrstom agregatnom stanju će sve vreme biti okružen jednim istim susedima.



Slika 6.2: Model čvrstog i tečnog agregatnog stanja

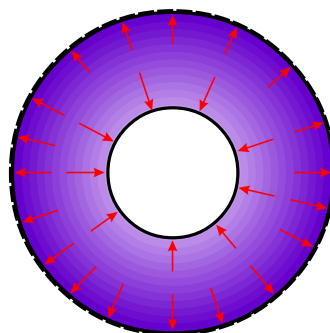
poredjenju sa veličinom atoma. Sile koje deluju između njih su veoma slabe osi u slučaju međusobnih sudara atoma. Iz tog razloga oni mogu ne samo da teku, već i da menjaju zapreminu - da se šire i komprimuju (sabijaju), jer ima dosta prostora između njih, a sile su, kao što je rečeno veoma slabe. Gas će izaći iz suda koji je otvoren. Kako i gasovi i tečnosti mogu da teku, i jedni i drugi spadaju u fluide. Glavna razlika između njih je u tome što, kao što je naglašeno, zapremina gasova može da se lako povećava i smanjuje, dok kod tečnosti to nije tako. Iz tih razloga ponašanje tečnosti i gasova može da se proučava zajedno uz izdvajanje situacija kada se pojave razlike.

U toku proučavanja fluida videćemo da nije potrebno uvođenje novih fizičkih principa da bi objasnili efekte koji se javljaju u njima. Prvo ćemo proučiti mehaniku fluida u stanju mirovanja - *statiku fluida*, a zatim mehaniku fluida koji su u stanju kretanja - *dinamiku fluida*.

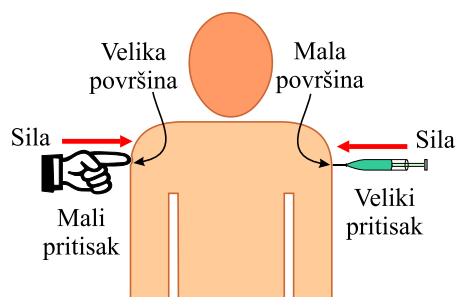
## 6.1 Statika fluida

### 6.1.1 Gustina i pritisak fluida

Obzirom na prethodnu analizu sličnosti i razlika između raznih faza materije (čvrste, tečne i gasovite) može se reći da su gustine čvrstih i tečnih tela poredive (jer je prostor između atoma relativno mali) a da je gustina gasova mnogo manja (obzirom na veliki prostor između njegovih čestica). Kada je reč o pritisku fluida, podsetimo se da su dva najčešće pominjana pritiska u fluidima krvni i atmosferski pritisak. Pritisak, kao fizička veličina, je u vezi sa silom koja ga izaziva, ali naravno nije identičan njoj. Ponekad, jedna ista sila (po pravcu, smeru i intenzitetu) može da izazove veoma različite efekte (slika 6.4). Naime, lupkanje prstom po ramenu neće izazvati nikakve posledice, ali ako istu silu primenimo iglom doći će do probadanja kože.



Slika 6.3: Pritisak unutar gume deluje silama pod pravim uglom na sve površi sa kojima je u kontaktu.



Slika 6.4: Ista sila primenjena na različite površine.

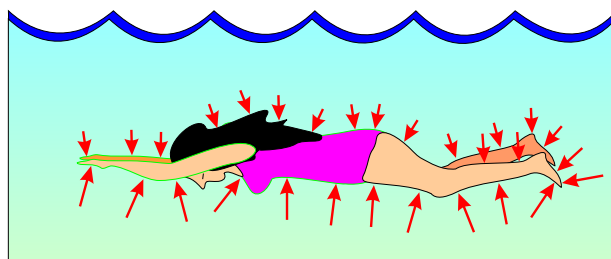


Razlika je u tome što je površina na koju delujemo prstom znatno veća od one na koju delujemo iglom. Odgovarajuća fizička veličina koja opisuje razliku u efektima naziva se **pritisak**, označava se sa  $P$  i definiše izrazom

$$P = \frac{F}{S}, \quad (6.1)$$

gde je  $F$  sila primenjena pod pravim uglom na oblast površine  $S$ . SI jedinica za pritisak je  $1 \text{ N/m}^2$ , naziva se **paskal** ( $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$ ). Postoji puno drugih jedinica za pritisak koje se nalaze u svakodnevnoj upotrebi, milimetar živinog stuba (mmHg), bar, ... . Pritisak se na ovaj način definiše za sva agregatna stanja ali je naročito značajan kada je reč o fluidima.

Sila kojom gas, zatvoren unutar neke posude, deluje na njene unutrašnje zidove, je usmerena pod pravim uglom u odnosu na njih. To je posledica činjenice da ta sila potiče od fluida koji je u stanju mirovanja. Mi smo već naglasili da fluidi nemaju mogućnost da se odupru silama koje izazivaju deformacije smicanja. Pritisak u fluidima, i sile koje ga izazivaju, stoga imaju uvek sasvim određen pravac delovanja-uvek pod pravim uglom u odnosu na bilo koju površ. Ukoliko bi se pojavila dodatna komponenta koja ne bi bila pod pravim uglom (slika 6.3), ona bi izazvala pomeranje delova fluida sve dok ta sila ne bi bila uravnotežena. Na kraju, valja naglasiti da pritisak deluje na sve površine, pa tako i na plivača deluje sa svih strana (slika 6.5). Primetimo da su sile koje deluju iznad plivača manje od onih



Slika 6.5: Pritisak deluje sa svih strana na plivača. Strelice reprezentuju odgovarajuće sile. Obratiti pažnju na njihove različite intenzitete.

ispod, što je i uzrok pojave koja se naziva potisak. O ovoj pojavi će kasnije biti više reči.

### 6.1.2 Promena pritiska sa dubinom fluida

Ronioci znaju da pritisak vode raste sa dubinom (otprilike na svakih 10 metara dubine porast je jednak atmosferskom pritisku na nivou mora).

Slično tome, atmosferski pritisak opada sa visinom, iz tog razloga avioni koji lete na velikim visinama moraju da regulišu pritisak u kabinama. Može se reći da je, u oba slučaja, pritisak to veći što smo dublje u fluidu, pri čemu je ovaj efekat izraženiji u vodi nego u vazduhu. Nameće se zaključak da je razlog verovatno u tome što je gustina vode znatno veća od gustine vazduha.

Na pritisak, u tom smislu, utiče zapravo težina fluida, jer što je fluid gušći, ima i veću težinu. Posmatrajmo posudu prikazanu na slici 6.6. Njeno dno nosi težinu fluida koji se nalazi u posudi. Prema formuli (6.1), pritisak je jednak odnosu težine fluida  $mg$  i površine dna posude  $S$

$$P = \frac{mg}{S}.$$

Masu fluida možemo naći iz poznavanja njegove gustine i zapremine

$$m = \rho V,$$

dok je zapremina  $V = Sh$ , odnosno jednaka proizvodu površine poprečnog preseka suda  $S$  i visine fluida  $h$ . Na osnovu ovih izraza je masa

$$m = \rho Sh,$$

pa će pritisak na dno suda biti

$$P = \frac{(\rho Sh)g}{S}.$$

Kada se skrate površine  $S$ , za pritisak kojim fluid deluje na dno suda usled sopstvene težine, se dobija

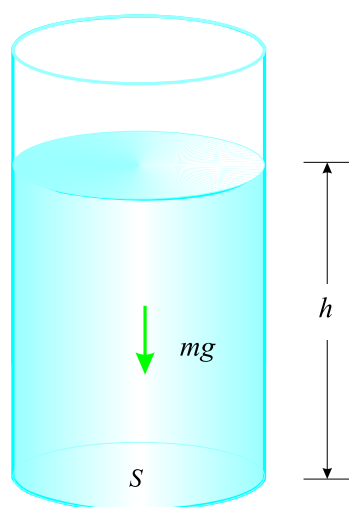
$$P = \rho gh. \quad (6.2)$$

Iako je izvedena pod određenim pretpostavkama ova jednačina ima opšti karakter. Naime, čak iako ne postoji posuda, već se posmatrana količina fluida nalazi okružena istim takvim fluidom, opet će postojati ova vrsta pritiska. Jednačina (6.2), u tom slučaju predstavlja pritisak koji, usled sopstvene težine, postoji u svakom fluidu gustine  $\rho$  na bilo kojoj dubini  $h$  ispod njegove površine. Ovaj pritisak se često naziva **hidrostatički** pritisak.

Atmosferski pritisak je takodje pritisak koji postoji u fluidu usled njegove težine. **Standardni atmosferski pritisak**  $P_{atm}$  je prosečna vrednost atmosferskog pritiska izmerenog na nivou mora. Merenja pokazuju da on iznosi

$$1 \text{ atmosfera} = P_{atm} = 1,01 \times 10^5 \text{ N/m}^2 = 101 \text{ kPa}. \quad (6.3)$$

Drugim rečima, na dan bez vetra i na nivou mora, stub vazduha iznad površine tla od  $1,00 \text{ m}^2$  Zemljine površine, ima težinu od  $1,01 \times 10^5 \text{ N}$ .



Slika 6.6: Dno posude nosi težinu cele količine fluida koji se nalazi u njoj.

Pretpostavimo da smo zaronili do dubine od 10 metara u jezero. Koliki je ukupan pritisak koji bi u tom slučaju delovao na nas? Odgovor je da je on jednak zbiru atmosferskog pritiska i pritiska od težine vode pa je ukupan pritisak oko 2 atmosfere.

### 6.1.3 Paskalov princip

Pošto je pritisak jednak sili po jedinici površine postavlja se pitanje da li je moguće kreirati pritisak u fluidu direktnim delovanjem sila na njega? Odgovor je da može, ali da je to mnogo lakše ako je fluid zatvoren. Srce na primer, stvara krvni pritisak tako što upumpava krv direktno u zatvoren sistem. Ukoliko pokušamo da upumpamo fluid u otvoren sistem, na primer reku, on će oteći od nas. Pošto fluid u zatvorenom sistemu ne može da ode, u njemu je lako stvoriti pritisak primenom odgovarajuće sile.

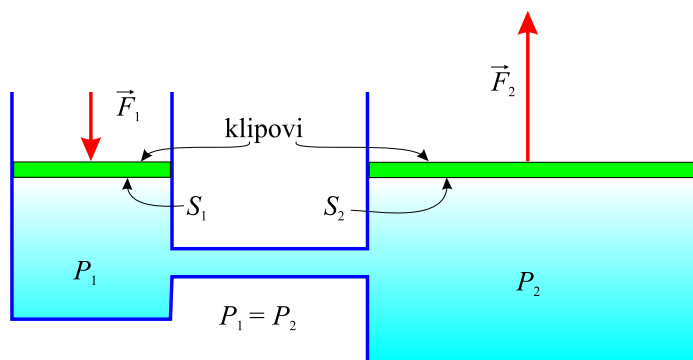
Šta se u stvari dešava kada podvrgnemo zatvoren fluid pritisku? Pošto se atomi fluida slobodno kreću, oni mogu da prenesu pritisak u sve delove fluida, a time i na zidove suda u kome se nalaze. Izuzetno je važno da se **pritisak pri ovome prenosi bez umanjenja, odnosno podjednako na sve strane.**<sup>3</sup> Ovo tvrdjenje je poznato pod nazivom **Paskalov princip**, jer je do tog zaključka prvi došao francuski filozof i naučnik Blez Paskal, i ono bitno razlikuje fluide od čvrstih tela kod kojih se pritisak prenosi samo duž

<sup>3</sup>Jednak pritisak se prenosi i na zidove suda u kome se nalazi fluid.

pravca delovanja sile.

Paskalov princip je eksperimentalno verifikovan, a činjenica da se prema njemu, u zatvorenom fluidu, pritisak prenosi neizmenjen u svim pravcima, upućuje na to da je od svih fizičkih veličina bitnih za fluid, najjednostavnije dobiti informaciju o pritisku. Ukoliko u fluidu postoji više nezavisnih izvora pritiska, prema Paskalovom principu *ukupni pritisak u fluidu će biti jednak zbiru pritisaka stvorenih iz nezavisnih izvora*.

Jedna od najvažnijih primena Paskalovog principa su **hidraulični sistemi**, koji predstavljaju sisteme zatvorenih fluida koji služe za prenošenje delovanja sile. Najčešći takav sistem su hidraulične kočnice kod automobila. Prost hidraulični sistem koji se sastoji od dva spojena cilindra napunjena



Slika 6.7: Hidraulični sistem sa dva cilindra i dva klipa.

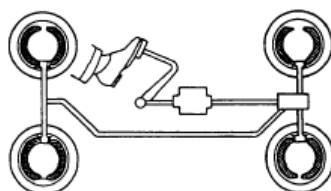
fluidom i zatvorena klipovima je prikazan na slici 6.7. Primetimo da su oba klipa na istoj visini, tako da na proračune neće uticati dodatni hidrostatički pritisak. Neka na prvi klip, površine  $S_1$ , deluje pod pravim uglom sila  $\vec{F}_1$ . Pritisak koji ona stvara je  $P = F_1/S_1$ . U skladu sa Paskalovim principom, taj pritisak se prenosi bez gubitaka kroz ceo fluid i na sve zidove suda u kome se on nalazi. Usled toga je pritisak  $P_2$  kojim fluid deluje na drugi klip jednak pritisku  $P_1$ . Kako i pritisak  $P_2$  možemo da prikažemo kao odnos sile koja deluje na drugi klip i njegove površine, dobija se

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}. \quad (6.4)$$

Dobijena jednačina daje odnos sila i površina klipova bilo kog hidrauličnog sistema, u slučaju kada su klipovi na istoj visini i kada je trenje u sistemu zanemarljivo. Iz ove jednačine se vidi da hidraulični sistem može da proizvede manju ili veću silu od one kojom se deluje na njega. Da bi

proizveli veću silu, potrebno je pritisak primeniti na klip veće površine. Na primer, ako silom od 100 N pritisnemo levi cilindar na slici 6.7, a desni ima 5 puta veću površinu, sila koja će delovati na njega će biti 500 N.<sup>4</sup> Primer jednog čestog hidrauličnog sistema koji se koristi za kočenje kod automobila je predstavljene na slici 6.8.

Prosti hidraulični sistemi, bez obzira na to što mogu da uvećaju silu kojom se deluje na jedan njihov cilindar, ne mogu da povećaju iznos rada. Rad je jednak proizvodu sile i rastojanja, na koje je u ovom slučaju pomeren cilindar, a veći cilindar se pomera na manje rastojanje. I što se doda više cilindara veće površine, na kojima se dobijaju veće sile, to se oni manje pomeraju.



Slika 6.8: Hidraulični kočioni sistem kod automobila.

#### 6.1.4 Kalibracija, apsolutni pritisak i merenje pritiska

Ukoliko nam na kolima ispusti guma i pokušamo da je pumpamo kod vulkanizera, primetićemo da će kazaljka uredjaja kojim se to radi u početku pokazivati da je pritisak u gumi jednak nuli. U stvari, obzirom da na to da na gumi postoji rupa, vazduh je iz nje izlazio sve dok se pritisak u njoj nije izjednačio sa atmosferskim što znači da *nije jednak nuli*. Zašto onda merač pritiska koji koriste vulkanizeri u ovom slučaju pokazuje nulu? U ovome ipak nema nikakve misterije jer su merači pritiska dizajnirani tako da pokazuju *razliku* pritiska u sistemu i atmosferskog pritiska. U tom smislu oni pokazuju nulu kada je pritisak u sistemu atmosferski a neku pozitivnu vrednost kada je pritisak veći od atmosferskog.

Slična je situacija sa ljudskim telom, jer u svakom njegovom delu, osim krvnog pritiska, postoji i atmosferski. U prethodnom poglavlju je naglašeno da se ukupni pritisak u fluidu dobija kada se saberu svi pritisci koji potiču od različitih izvora, u slučaju tela-od srca i od atmosfere. Atmosferski pritisak,

<sup>4</sup>Hidraulični sistemi su u ovom smislu slični polugama, ali imaju prednost u tome što pritisak može da se prenosi sa jednog mesta na drugo, kroz proizvoljno savijene sudove u kojima se nalazi fluid.

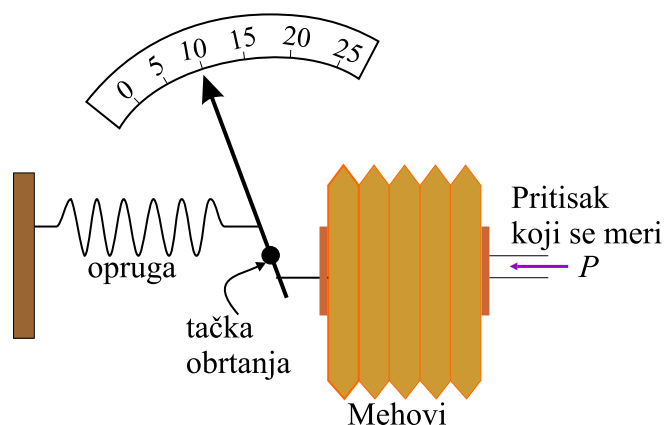
medjutim, nema uticaj na strujanje krvi jer se dodaje kako pritisku kojim se krv ispumpava iz srce, tako i pritisku kojim se uvlači u njega. Dakle, i ovde je bitno znati za koliko je krvni pritisak veći od atmosferskog. U tom smislu se, krvni pritisak, kao i pritisak u gumama, meri u odnosu na atmosferski.

Podešavanje uređaja za merenja pritiska da pokazuju razliku pritiska u odnosu na atmosferski, odnosno da pokazuju nulu kada su oni jednaki, se naziva **kalibracija**.<sup>5</sup>

Ukoliko nas zanima ukupan ili **apsolutni pritisak** fluida na nekoj dubini ispod njegove slobodne površine, on će biti jednak zbiru atmosferskog pritiska  $P_{atm}$  i kalibrisanog pritiska  $P_k$

$$P_{abs} = P_k + P_{atm}, \quad (6.5)$$

gde je sa  $P_{abs}$  označen traženi apsolutni pritisak. Na primer, ako instrument za merenje pritiska, pokazuje da je pritisak u gumi automobila 2 atm, to znači da je apsolutni pritisak 3 atm. Postoji puno uređaja za merenje

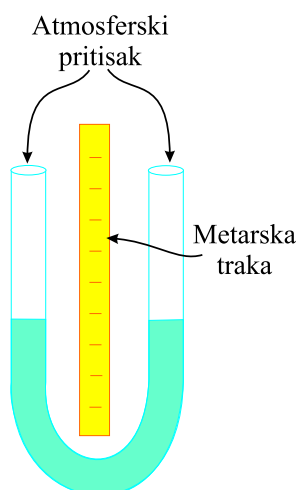


Slika 6.9: Aneroid koristi mehove za povezivanje sa mehaničkim pokazivačem pritiska.

pritiska, od onih koji mere pritisak u gumama do onih sa manžetnom za merenje pritiska krvi u ljudskom telu. Za njihovo funkcionisanje je bitna činjenica da se pritisak u fluidima prenosi bez gubitaka što omogućuje precizno merenje pritiska instrumentima koji mogu da budu udaljeni od sistema u kojem se on odredjuje.

<sup>5</sup>Kalibracija je pojam koji je sasvim generalan i koji se koristi i u drugim oblastima gde god se vrši podešavanje mernih aparata u skladu sa nekim zahtevima.

Na slici 6.9 je prikazana skica jednog od najčešćih mehaničkih uređaja za merenje pritiska koji se naziva **aneroid**. U svim mehaničkim sistemima za merenje pritiska, koristi se činjenica da pritisak stvara silu čije se delovanje u samom uređaju na neki način prevodi u pokazivanje kazaljke na odgovarajućoj skali.

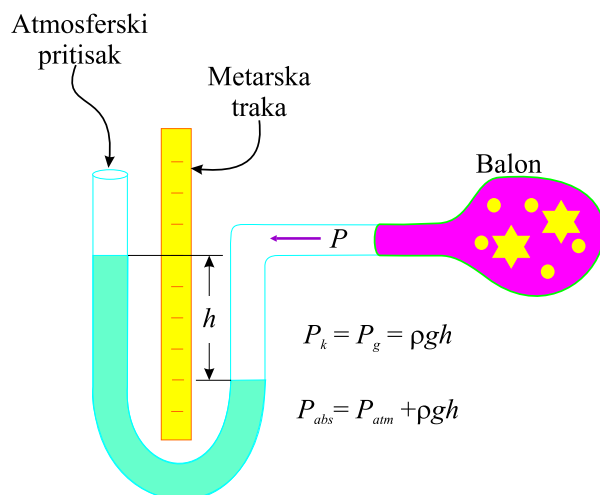


Slika 6.10: Visina stuba fluida mora da bude jednaka sa obe strane obzirom da je U cev otvorena.

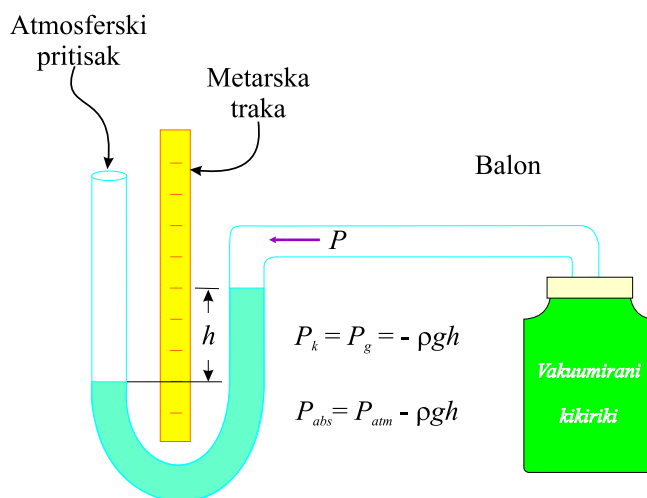
Druga klasa kalibrisanih instrumenata za merenje pritiska se zasniva na tome da je pritisak koji svaki fluid ima usled sopstvene težine  $P = \rho gh$ . Oni se sastoje od U cevi koja se naziva **manometar**. Na slici 6.10 je prikazana takva cev koja ima oba kraja otvorena ka atmosferi. Atmosferski pritisak koji deluje sa obe strane cevi na fluid, prenosi se kroz njega bez gubitaka pa se u ukupnom iznosu poništava. Ukoliko bi sa jedne strane cevi stub tečnosti bio na većoj visini, usled razlike u pritiscima (sa te strane će biti veći pritisak) fluid će teći sve dok se pritisci ne izjednače.

Da vidimo sada kako funkcioniše manometar kada merimo pritisak u nekom sistemu. Pretpostavimo da je jedna strana U cevi povezana sa nekim izvorom pritiska  $P_{abs}$  (to može da bude prosto jedan dečiji balon, slika 6.11). Pritisak se prenosi bez gubitaka na manometar, i nivoi fluida u njemu sada nisu više jednaki. Pritisak  $P_{abs}$  je veći od atmosferskog, za iznos  $\rho gh$ , gde je  $\rho$  gustina tečnosti u manometru. Na slici 6.12 je prikazana situacija kada je mereni pritisak manji od atmosferskog.

Manometri sa jednom otvorenom stranom ka atmosferi su idealni instrumenti za merenje kalibrisanog pritiska. Taj kalibrisani pritisak  $P_g = \rho gh$  se,



Slika 6.11: Pritisak u dečijem balonu je veći od atmosferskog.

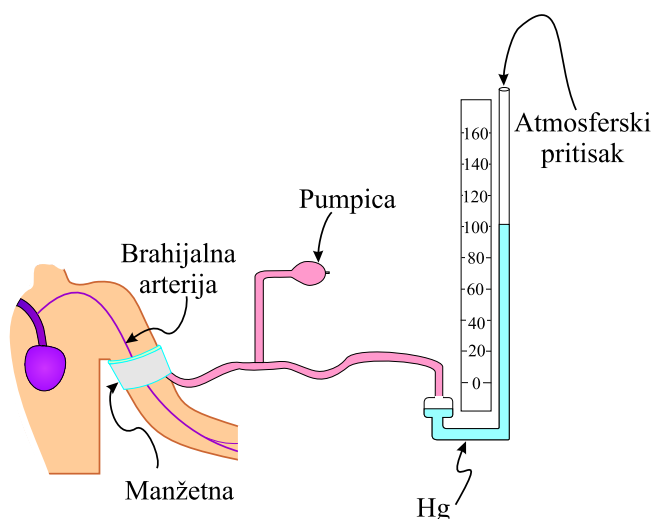


Slika 6.12: Pritisak u pakovanju vakuumiranog kikirikija je manji od atmosferskog.



kao što je pokazano, određuje merenjem visine stuba fluida  $h$ .

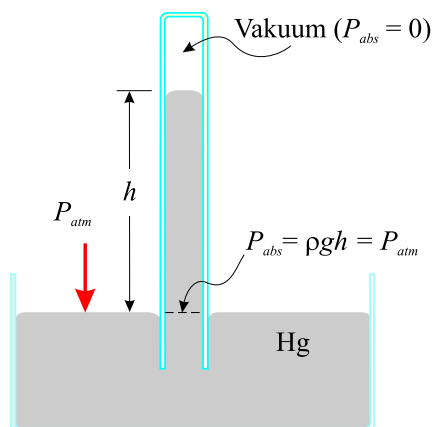
Najčešći fluid koji se koristi u ovakvim manometrima je živa. Upravo se ovakvi manometri koriste za merenje krvnog pritiska. Manžetna u koju se upumpava vazduh se stavlja na gornji deo ruke (slika 6.13) u nivou srca. Naizmeničnim stiskanjem i opuštanjem gumenog balona pumpice se u manžetnu upumpava vazduh i u njoj stvara pritisak koji se prenosi i do glavne arterije i do manometra. U trenutku kada ovaj pritisak postane veći od krvnog pritiska, krv ispod manžetne prestane da struji. Nakon toga se



Slika 6.13: Merenje krvnog pritiska pomoću manometra sa čivom.

počne sa ispuštanjem vazduha iz manžetne i oslušuju se šumovi koji će označiti da je krv počela da struji ponovo. Kao što je poznato, pritisak u krvi nije konstantan već pulsira u ritmu rada srca, i u svakom njegovom otkucaju dostiže maksimum koji se naziva sistolni pritisak (kada srce upumpava krv u krvotok), i minimum koji je poznat pod nazivom dijastolni pritisak (kada srce uvlači krv). Kada, usled ispuštanja vazduha iz manžetne pritisak u njoj opadne ispod pritiska u arteriji, krv počinje u mlazu da struji kroz nju i u tom momentu se očitava sistolni (gornji) pritisak, odnosno odgovarajuća visina žive u manometru. Pri daljem sniženju pritiska u manžetni, u stetoskopu se čuju ritmični pulsevi (u ritmu rada srca). Ako se nastavi sa snižavanjem pritiska u manžetni, u jednom momentu će se pritisak u njoj izjednačiti sa dijastolnim, što znači da se arterija potpuno otvorila. To znači da u tom momentu treba pogledati na kom je nivou živin stub u manometru i to očitati kao donji pritisak. Tipične vrednosti krvnog pritiska za odrasle

osobe su, gornji 120 mm Hg a donji 80 mm Hg, što se često izgovara kao 120 sa 80 i obično piše 120/80. Gornji pritisak ukazuje na efikasnost srca pri pumpanju krvi u arterije, dok drugi daje podatke o elastičnosti arterija koje na taj način održavaju pritisak između otkucaja na, za organizam poželjnoj, vrednosti.



Slika 6.14: Barometar sa živom za merenje atmosferskog pritiska.

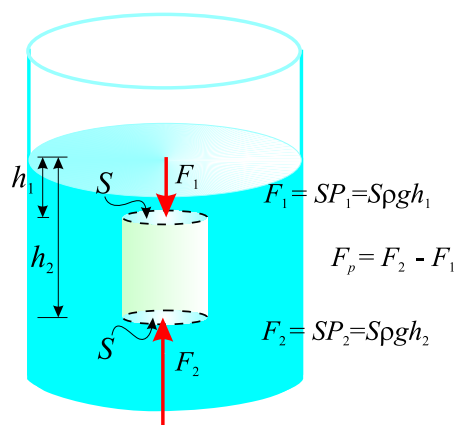
**Barometar** je instrument za merenje atmosferskog pritiska. Živin barometar je prikazan na slici 6.14. On nije konstruisan da meri kalibrisani, već atmosferski pritisak, a to je postignuto time što je u zatvorenom delu cevi, iznad živinog stuba, praktično vakuum. Pritisak živinog stuba u tom slučaju uravnotežava atmosferski pritisak pa je  $P_{atm} = \rho gh$ , gde je sa  $\rho$  označena gustina žive. Ako dodje do promena u atmosferskom pritisku, tada i visina živinog stuba varira, čime se dobija jedan od veoma značajnih podataka za vremensku prognozu. Barometar može da se koristi i kao *altimetar*,<sup>6</sup> pošto atmosferski pritisak, varira sa visinom.

### 6.1.5 Arhimedov princip, sila potiska

Kada nakon dužeg vremena provedenog u vodu izadjemo iz nje, ruke i noge nam neko vreme izgledaju teže nego što jesu. Razlog je što nakon izlaska iz vode nema više sile potiska koja je delovala na nas dok smo bili u njoj. Šta izaziva tu silu? Zašto neki predmeti plivaju na vodi a neki ne? Da li potisak deluje na nas i kada smo van vode - odnosno u atmosferi ili on deluje samo na balone punjene helijumom?

<sup>6</sup>Instrument za merenje nadmorske visine.

Odgovor na ova pitanja se može naći ako se podje od činjenice da pritisak u fluidu raste sa dubinom. To, između ostalog znači da će sila koja deluje na donji deo predmeta koji se nalazi u fluidu, biti veća od sile koja deluje na njegov gornji deo. Iz tog razloga, kada se bilo koje telo potopi u neki fluid, javlja se rezultujuća sila usmerena na gore. Ova sila se naziva sila potiska. Ukoliko je ona veća od težine tela, izdići će ga na površinu i ono će ploviti. Ukoliko je pak, sila potiska manja od težine tela, telo će potonuti.<sup>7</sup>



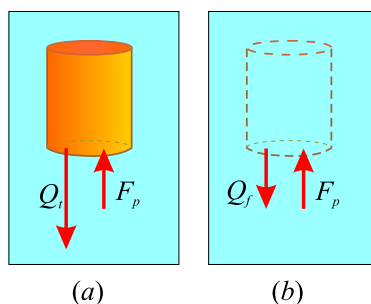
Slika 6.15: Sila potiska je jednaka razlici sila koje deluju na donju i gornju površinu potopljenog tela.

Koliki je intenzitet ove sile? Da bi odgovorili na to pitanje, izvršimo analizu onoga što se dešava u fluidu kada potopljeno telo izvadimo iz njega (slika 6.16). Prostor koji je telo zauzimalo, sada ispunjava fluid težine  $Q_f$ . Njegova težina je kompenzovana okolnim fluidom, i, pošto je fluid u stanju mirovanja, sila potiska mora da bude jednaka  $Q_f$ . Do tog zaključka je prvi došao veliki grčki matematičar i pronalazač Arhimed, koji je definisao odgovarajući princip, mnogo pre nego što je koncept sile uveden u fiziku. **Arhimedov princip** glasi: **Sila potiska kojom fluid deluje na telo koje se nalazi u njemu, je jednaka težini fluida koji je bio na tom mestu koje sada telo zauzima.** Jednačina koja reprezentuje ovaj princip glasi

$$F_p = Q_f, \quad (6.6)$$

gde je  $F_p$  sila potiska a  $Q_f$  težina telom istisnutog fluida (na čije je mesto došlo telo). Arhimedov princip važi za bilo koje telo potopljeno u ma koji fluid, bez obzira na to da li je telo delimično ili potpuno potopljeno u njega.

<sup>7</sup>Pri ovome ne treba zaboraviti da sila potiska, bez obzira na to da li telo pliva ili je potonulo, uvek postoji.



Slika 6.16: (a) Na telo potopljeno u fluid deluje sila potiska. (b) Kada se telo izvadi njegovo mesto zauzima fluid. Sila potiska je u tom slučaju jednaka težini fluida koji je popunio mesto na kome se nalazilo telo.

### Plivanje i tonjenje

Bacimo li grumen gline u vodu on će potonuti. Međutim, ako od tog istog komada gline oblikovanjem napravimo telo oblika čamca, ono će plivati. Zašto? Obzirom na oblik, čamac napravljen od gline će istisnuti više vode nego telo jednake mase ali oblika lopte, što znači da će sila potiska koja deluje u tom slučaju biti veća. Analogan zaključak važi i za brodove koji su u najvećoj meri napravljeni od čelika.

### Gustina i Arhimedov princip

Gustina je veoma važna fizička veličina kod primene Arhimedovog principa. Tako srednja gustina nekog tela u potpunosti određuje da li će ono plivati ili tonuti. Ukoliko je srednja gustina manja od gustine fluida u kome se telo nalazi, ono će plivati. Razlog je, što fluid u tom slučaju, budući da je gušći sadrži više mase, a time i težine, u istoj zapremini. Sila potiska, koja je, kao što smo videli, jednaka težini telom istisnutog fluida, je tada veća od težine samog tela.

Koliko duboko će pak dato telo koje pliva da utone, zavisi od odnosa gustine fluida i gustine tela. Na primer, brod koji nije opterećen teretom će imati manju gustinu i manje će utonuti od istog broda kada je natovaren.

Kod tela koja plivaju, interesantno je poznavati odnos zapremine koja je potopljena ( $V_{pot}$ ) i celokupne zapremine tela  $V_t$ . Kako je zapremina utonulog dela tela  $V_{pot}$  jednaka zapremini fluida koji je time istisnut  $V_f$ , ovaj odnos je

$$\kappa = \frac{V_{pot}}{V_t} = \frac{V_f}{V_t}.$$

Veza odgovarajućih gustina se može dobiti ako zamenimo izraz  $V = m/\rho$  u prethodni

$$\frac{V_f}{V_t} = \frac{m_f/\rho_f}{m_t/\bar{\rho}_t}$$

gde je  $\bar{\rho}_t$  srednja gustina tela a  $\rho_f$  gustina fluida. Pošto posmatrano telo pliva, njegova masa i masa istisnutog fluida su jednake, pa se kratak u gornjem izrazu. Nakon toga on prelazi u

$$\kappa = \frac{\bar{\rho}_t}{\rho_f}. \quad (6.7)$$

Značaj dobijene relacije je u tome što može da se iskoristi za merenje gustina tečnosti na osnovu poznavanja odnosa zapremine potopljenog dela tela i njegove ukupne zapremine.

### 6.1.6 Kohezija i adhezija u tečnostima. Površinski napon

Privlačne sile između molekula *istog tipa*, nazivaju se **sile kohezije**. Tečnosti ostaju u sudu otvorenom odozgo jer sile kohezije drže molekule tečnosti zajedno. Hodanje nekih insekata po vodi također može da se objasni postojanjem sila kohezije. Privlačne sile između molekula *različite vrste*, nazivaju se **sile adhezije**. Takve sile drže kapi kondenzovane vode zalepljenim za prozorska stakla ili lišće biljaka (slika 6.17).

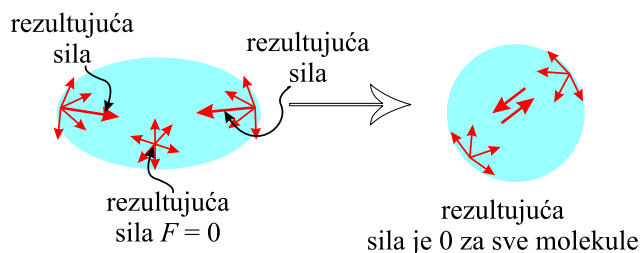


Slika 6.17: Kapi vode na listu i insekt koji hoda po površini vode-efekti sile adhezije i kohezije.

#### Površinski napon

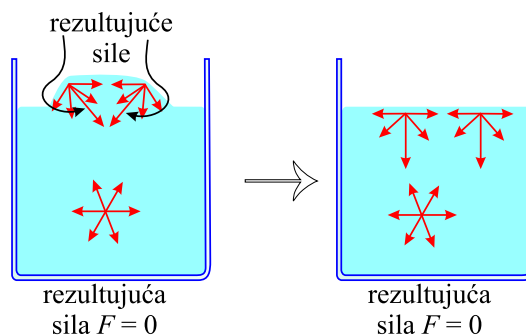
Sile kohezije između molekula imaju za posledicu da se slobodna površina tečnosti ponaša slično zategnutoj gumi. Ona se, usled toga, kontrahuje do najmanje moguće površine-odnosno, ako je to moguće, formira sfernu kap. Taj efekat se zove *površinski napon*. Slika 6.18, pokazuje kako sile kohezije redukuju slobodnu površinu tečnosti. Razlog postojanja ove težnje

kod tečnosti je što je za molekule koji se nalaze u njenoj unutrašnjosti, ukupna sila jednaka nuli, budući da su sa svih strana okruženi približno jednakim brojem suseda. Kod molekula koji se pak nalaze u površinskom sloju tečnosti, obzirom da sa gornje strane nisu u jednakom broju okruženi molekulima iste vrste, se javlja nenulta rezultujuća privlačna sila usmerena ka unutrašnjosti tečnosti. Površinski napon je prema tome posledica



Slika 6.18: Površinski napon je odgovaran za težnju kapi fluida da smanji slobodnu površinu.

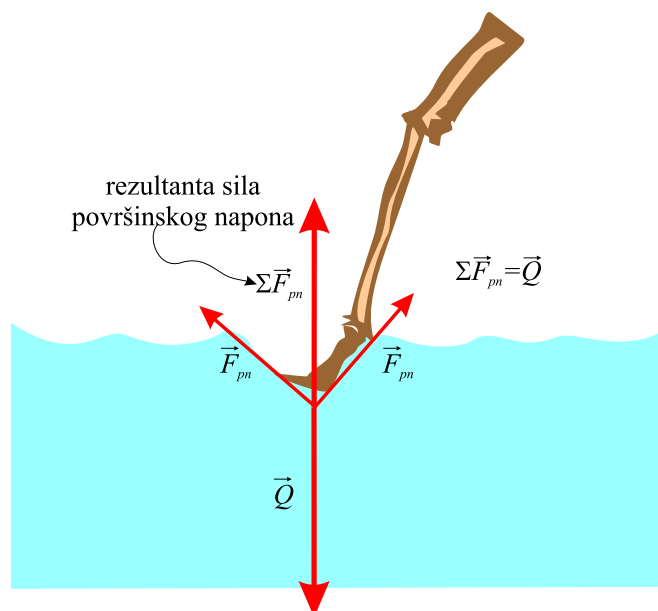
sila kohezije. Na slici 6.18 su prikazane sile koje deluju na molekulima koji se nalaze na karakterističnim mestima, kao i odgovarajuće rezultujuće sile. Kada je kap nesfernog oblika pojavljuju se resultantne sile koje su tako usmerene da imaju težnju da molekule rasporede tako da je slobodna površina minimalna.



Slika 6.19: Ispupčenje na površini tečnosti se, usled težnje za smanjenjem slobodne površine tečnosti, izravna.

U slučaju hodanja insekta po vodi, površinski napon se suprotstavlja težini insekta i on ostaje na površini vode ne prodirući u nju. Deo noge insekta koji dodiruje vodu izaziva zakrivljanje njene površine. Usled toga se javlja sila površinskog napona koja, kao što smo rekli ima težnju da

smanji slobodnu površinu tečnost. Ta sila je tangencijalna na površinu a njena rezultanta je usmerena vertikalno na više.<sup>8</sup>



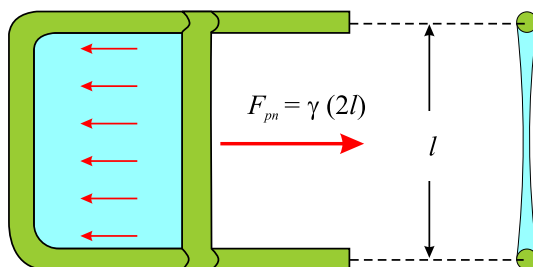
Slika 6.20: Kapi vode na listu i insekt koji hoda po površini vode-efekti sila kohezije.

Slično se dešava i kada se na površinu vode pažljivo postavi igla u ležeći položaj. Ona takodje neće potonuti, međjutim, kao i u slučaju insekta, ne može se reći da pliva na vodi usled sile potiska, jer je njena gustina znatno veća od gustine vode pa bi u skladu sa time trebalo da potone. Činjenica da igla ostaje na površini vode se može objasniti pojavom sila površinskog napona koje kompenzuje težinu igle. Naime, igla deformiše slobodnu površinu tečnosti usled čega se javlja sila površinskog napona čija je rezultantna usmerena suprotno od težine igle. Da se ovo ne dešava usled sile potiska možemo da se uverimo ako iglu na površinu vode spustila vertikalno. U ovom slučaju njena težina deluje na manju površinu, probija površinski sloj vode i, usled veće gustine u odnosu na gustinu vode, tone na dno.

<sup>8</sup>Sile površinskog napona koje deluju na razne molekule u zakrivljenom delu površine mogu da se razlože na dve komponente, jednu vertikalnu i drugu pod pravim uglom u odnosu na nju. Te normalne koponente se poništavaju jer ih ima podjednak broj sa svih strana posmatranog molekula, dok se vertikalne sabiraju i daju pomenutu rezultujuću silu koja je usmerena na više.

U obe opisane situacije površina vode se ponaša kao rastegnuta guma u kojoj se, kada se na nekom mestu pritisne i deformiše, javljaju elastične sile koje teže da je vrata u prvobitno stanje u kome je imala najmanju površinu.

Površinski napon nije isti za sve supstance već zavisi od vrste tečnosti, odnosno od intenziteta sila kohezije koje deluju između molekula. Na slici 6.21 je prikazan jedan od načina da se izmeri površinski napon. Opna tečnosti deluje silom površinskog napona na pokretni deo rama, težeći da smanji veličinu slobodne površine. Ta sila zavisi od vrste tečnosti i može biti izmerena.<sup>9</sup> Svakoj tečnosti se pripisuje veličina koja se zove **koeficijent površinskog napona**. Ova veličina se obično označava sa  $\gamma$  i pokazuje koliko je velika sila površinskog napona koja se stvara u njoj. Koeficijent



Slika 6.21: Opna od sapunice na ramu sa jednom pokretnom stranom.

površinskog napona  $\gamma$  se precizno definiše kao odnos sile površinskog napona  $F$  po jedinici dužine rastegnute opne tečnosti  $L$ , odnosno

$$\gamma = \frac{F}{L}. \quad (6.8)$$

Jedinica za koeficijent površinskog napona, prema ovoj jednačini, je N/m. Pri primeni ove jednačine treba biti pažljiv jer, na primer u situaciji koja je predstavljena na slici 6.21 dužina rastegnute opne  $L$  je jednaka dvostruko dužini pokretnog rama  $l$ . Razlog je što postoje *dve* strane opne koje su prilepljene za ram (ovo se lepo vidi na drugom delu slike koji predstavlja pogled sa strane na presek rama sa opnom).

Površinski napon takodje stvara pritisak unutar mehurova (od sapunice na primer). Usled težnje da slobodna površina bude što je moguće manja, opna mehura sabija gas koji je zarobljen unutar njega i time mu povećava pritisak. Podsetimo se šta se dešava kada naduvani dečji balon pustimo iz

<sup>9</sup>Najjednostavniji način je da se za pokretni ram zakači dinamometar i direktno izmeri ova sila, tako što ćemo na pokretni ram delovati silom suprotno od sile površinskog napona, tako da se ram nadje u stanju mirovanja, a to će biti u situaciji kada su ove dve sile jednake.



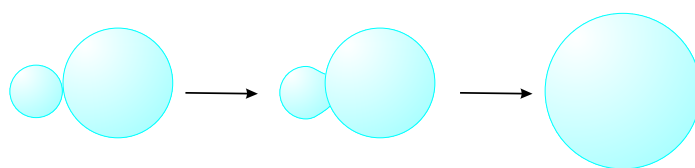
Tečnost	Koef. povr. napona $\gamma$ (N/m)
Voda (na 0°C)	0,0756
Voda (na 20°C)	0,0728
Voda (na 100°C)	0,0589
Sapunica	0,0370
Etil alkohol	0,0223
Glicerin	0,0631
Živa	0,465
Maslinovo ulje	0,032
Krv (na 37°C)	0,058
Krvna plazma (na 37°C)	0,073
Zlato (na 1070°C)	1,000
Kiseonik (na -193°C)	0,0157
Helijum (na -269°C)	0,00012

Tabela 6.1: Koeficijent površinskog napona nekih tečnosti (na 20°C ukoliko nije drugačije naznačeno).

ruke. Guma se kontrahuje i izbacuje vazduh van iz balona, terajući ga da se kreće slično raketi. Pri ovome balon doživljava najveće ubrzanje u trenucima pre nego što potpuno izbaci višak vazduha, odnosno kada se sakupi na najmanju veličinu. Na osnovu ovoga možemo da zaključimo da će pritisak unutar mehura biti utoliko veći što je on manji. Kalibrisani pritisak unutar sfernog mehura je

$$P = \frac{4\gamma}{r}, \quad (6.9)$$

gde je  $r$  njegov poluprečnik. Dakle, što je manji poluprečnik mehura, veći je

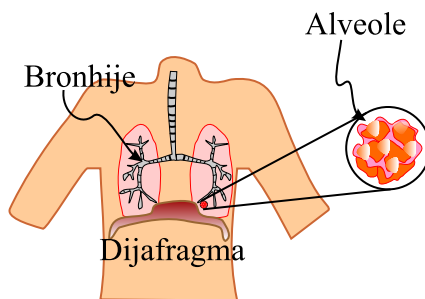


Slika 6.22: Spajanje manjeg mehura sa većim.

pritisak unutar njega.<sup>10</sup> Posledica ovakve zavisnosti pritiska od poluprečnika mehura je činjenica da kada se sudare dva mehura, uvek iz manjeg udje vazduh u veći, pri čemu se formira još veći mehur.

<sup>10</sup>Sabijanjem iste količine vazduha na manju zapreminu raste njegov pritisak.

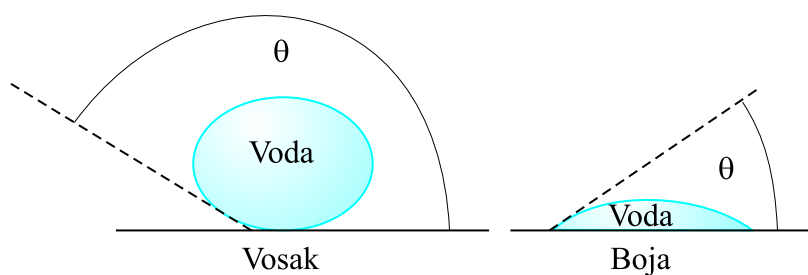
Veoma je interesantna uloga površinskog napona u procesu disanju ljudi. Naša pluća se naime sastoje od stotine miliona sluzavih kesica koje se nazivaju *alveole*. One su veoma slične po obliku do sada proučavanim mehurovima (slika 6.23). Mi možemo da udahnemo (i izdahnemo) vazduh u pluća bez rada bilo kojih mišića, zahvaljujući kontrakovanju ovih kesica usled površinskog napona. Površinski napon alveola mora da bude u određenom opsegu vrednosti. Ako je preveliki, kao kada voda udje u pluća, ne možemo da udahnemo. To je najveći problem kod oživljavanja utopljenika. Drugi problem se javlja kod beba koja se rode bez supstance pod nazivom *surfaktant* koja služi za smanjenje površinskog napona. Plućima je bez te supstance jako teško da povećaju zapreminu i to je poznato pod nazivom bolest hijalinih membrana. To je obično glavni uzrok smrti a najčešće se dešava kod prerano rođene dece. Emfizem je naredni mogući problem kod funkcionisanja alveola. Zid alveola može da se ošteti, u tom slučaju se one kombinuju i formiraju veću kesicu sluzi koja budući da ima veći poluprečnik proizvodi manji pritisak pa je sposobnost disanja umanjena.



Slika 6.23: Bronhijalne cevi se završavaju alveolama koje liče na male mehurove.

### Adhezija. Kapilarne pojave

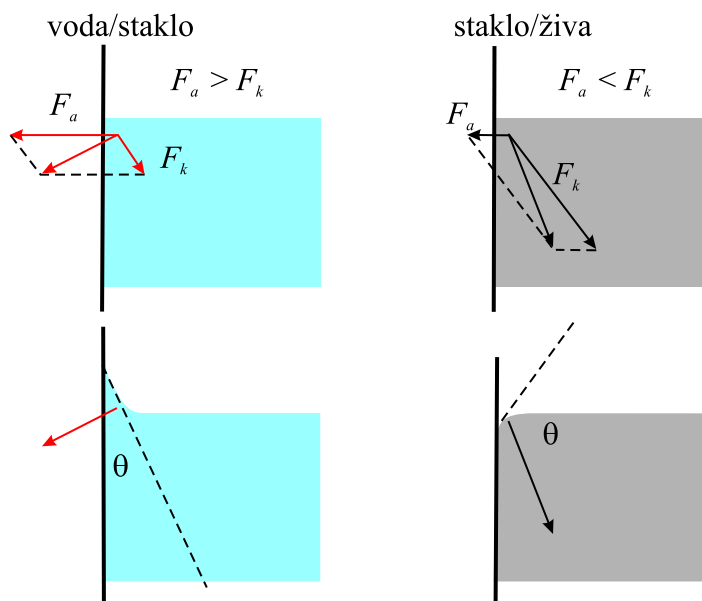
Zašto voda klizi lakše niz oprana i voskirana kola nego niz ona koja su samo oprana? Odgovor je da su adhezione sile između vode i voska mnogo manje nego između vode i boje na kolima. Takozvani **ugao kvašenja**  $\theta$  (granični ugao ili ugao dodira) je direktno povezan sa odnosom kohezivnih i adhezivnih sila. Ukoliko je intenzitet sila kohezije veći od sila adhezije, veći je ugao  $\theta$ , i tečnosti teže da formiraju kapi. Što je manji ovaj ugao, to su adhezivne sile veće od kohezivnih i postoji veoma izražena težnja ka razlivanju kapi (slika 6.24).



Slika 6.24: Veći ugao kvašenja  $\theta$  odgovara većoj vrednosti odnosa kohezionih i adhezionih sila.

Površina tečnosti se uvek postavlja normalno na rezultantnu silu. U tom smislu je potrebno izvršiti analizu veličine ove sile za molekule koji su blizu molekula čvrstog tela u (ili na) kome se nalazi tečnost.

Ukoliko su adhezione sile veće od kohezionih (na primer u slučaju kombinacije voda i staklo), slobodna površina tečnosti će imati konkavan oblik (slika 6.25) i kaže se da tečnost kvasi čvrsto telo. U ovom slučaju je ugao kvašenja  $\theta < 90^\circ$ .



Slika 6.25: Konkavan i konkavan oblik dela slobodne površine tečnosti u blizini čvrstog tela.

Kada su kohezione sile veće od adhezionih (živa i staklo), tečnost ne kvazi čvrsto telo i deo njene slobodne površine koji se nalazi blizu stakla ima konveksni oblik, a ugao kvašenja je  $\theta > 90^\circ$ . Ukoliko je  $\theta = 0^\circ$ , nastaje potpuno kvašenje, a ako je  $\theta = 180^\circ$ , potpuno nekvašenje.

Veoma važan fenomen, koji se javlja, kod uzanih cevi, otvorenih na oba kraja, čiji je prečnik mali, zbog razlike u intenzitetu sila adhezije i kohezije, su **kapilarne pojave**.<sup>11</sup> Ovakve cevi, prečnika manjeg od 1 mm, se iz tog razloga nazivaju *kapilare*.

Ukoliko se kapilara postavi vertikalno u neki sud, usled kapilarnih efekata nivo tečnosti unutar cevi će, usled interakcije tečnosti i zida suda, da se, ili podigne ili spusti u odnosu na nivo tečnosti u sudu. Šta će tačno desiti, u datom slučaju, zavisi od odnosa intenziteta kohezionih i adhezionih sila, odnosno od veličine ugla kvašenja.

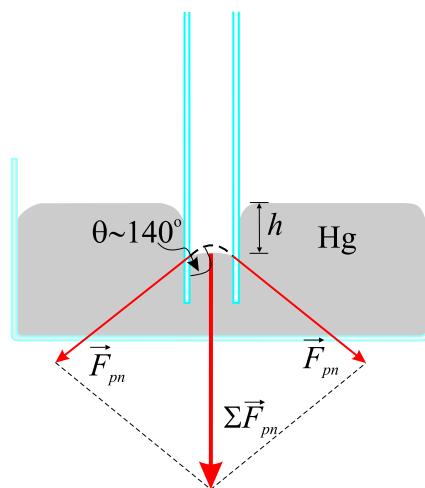
Supstance	Ugao kvašenja $\theta$
Živa/staklo	140°
Voda/staklo	0°
Voda/parafin	107°
Voda/srebro	90°
Organske tečnosti/staklo	0°
Etil alkohol/staklo	0°
Kerozin/staklo	26°

Tabela 6.2: Ugao kvašenja za neke supstance (na 20°C).

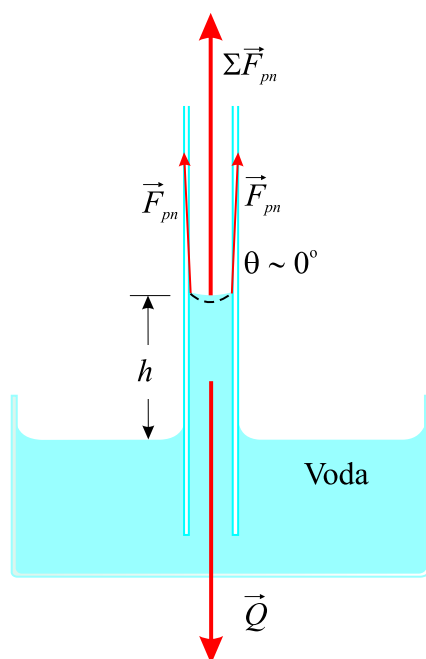
Ukoliko su u pitanju takve supstance da je ugao kvašenja  $\theta$  manji od 90°, nivo fluida u kapilari će se podići, a ako su takve da je  $\theta$  veće od 90°, nivo će se spustiti. Živa, na primer, ima veoma veliki koeficijent površinskog napona i veoma veliki ugao kvašenja sa staklom. Njena slobodna površina se u kapilari krivi na dole slično kapi. Ovakve zakrivljene površine u cevi se nazivaju **meniskusi**.

Na slici 6.26 je prikazan ovaj efekat, gde se vidi da je posledica sile površinskog napona, rezultujuća sila koja deluje na dole i spušta nivo žive tako da je on niži od nivoa slobodne površine žive u sudu. Osim toga, sila površinskog napona izaziva izravnavanje nivoa žive u kapilari. Isprekidana linija na ovoj slici pokazuje oblik koji bi površina žive u cevi imala da nema efekta izravnavanja usled sile površinskog napona.

<sup>11</sup>Tako će se na primer, kap krvi ako se dodirne jednim krajem kapilare, izobličiti i ući u nju.



Slika 6.26: Kapilara od stakla u živi.



Slika 6.27: Kapilara od stakla u vodi.

Nivo vode u staklenoj kapilari se, sa druge strane, podiže iznad nivoa slobodne površine u sudu (slika 6.27) jer je ugao kvašenja praktično  $0^\circ$ . Površinski napon usled toga deluje na površinu vode u kapilari na gore i izravnavava je smanjujući joj veličinu.

Visina na koju će se podići nivo tečnosti u kapilari se može izračunati na sledeći način. Kako se tečnost nalazi u gravitacionom polju, njen nivo u kapilari se zapravo podiže sve dok se ne uravnoteže težina stuba  $Q$  i sila površinskog napona koja ga vuče na gore (slika 6.27).

Ukupna sila površinskog napona koja deluje na slobodnu površinu tečnosti u kapilari poluprečnika  $r$  je<sup>12</sup>

$$\sum F_{pn} = \gamma L = 2r\pi\gamma$$

Kako je težina stuba  $Q = mg = \rho V = \rho\pi r^2 hg$ , za visinu  $h$  se dobija

$$h = \frac{2\gamma}{\rho g r}. \quad (6.10)$$

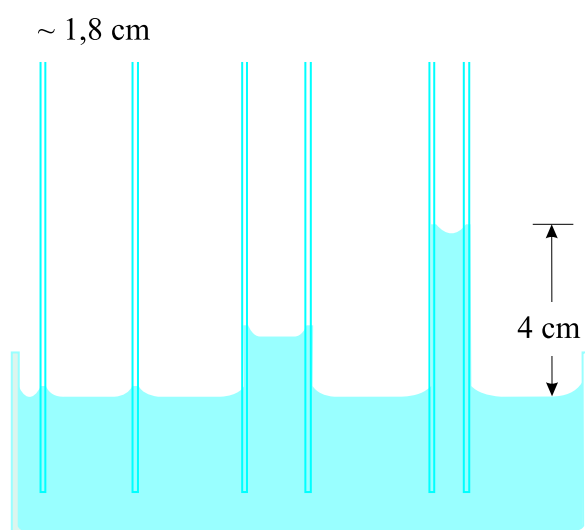
Prema ovoj relaciji, visina stuba je proporcionalna koeficijentu površinskog napona  $\gamma$ , koji je zapravo i uzrok podizanja tečnosti. Osim toga, vidi se da je visina stuba obrnuto proporcionalna poluprečniku cevi—što je cev uža na veću visinu se podiže nivo jer se ista masa i zapremina raspoređuje na veću visinu. Visina  $h$  je takodje obrnuto proporcionalna gustini fluida, jer veća gustina znači da se ista masa nalazi u manjoj zapremini.

Jedno od objašnjenja kako voda iz zemlje, koju apsorbuje korenje, stiže do vrha drveća se bazira upravo na kapilarnim pojavama. Iako to nije jedini efekat koji treba imati u vidu prilikom objašnjenja transporta vode od korena prema lišću, činjenica je da se oni izdižu na više kao lanac držeći se međusobno spojeni kohezivnih silama.

### 6.1.7 Pritisci u ljudskom telu i njihovo merenje

Pored merenja temperature prilikom lekarskih pregleda se veoma često meri i krvni pritisak. Kontrolisanje visokog krvnog pritiska je poslednjih decenija dovelo do značajnog smanjenja srčanih udara. Osim krvnog postoje i drugi pritisci u ljudskom telu koji se takodje mogu meriti i koji mogu da daju veoma važne podatke o zdravstvenom stanju organizma.

<sup>12</sup>Pri ovome je potrebno uzeti u obzir da je poprečni presek kapilare krug, usled čega je veličina  $L$  jednaka njegovom obimu, odnosno,  $L = 2\pi r$ .



Slika 6.28: Cevi raznih poprečnih preseka.

Deo tela	Kalibrisani pritisak u mm Hg
Krvni pritisak u velikim arterijama (mirovanje)	
- Maksimalni (sistolni)	100-140
- Minimalni (dijastolni)	60-90
Krvni pritisak u velikim venama	4-15
Oko	12-24
Mozak i kičmena moždina (ležeći položaj)	5-12
Mokraćna bešika	
- kada nije puna	0-25
- kada je puna	100-150
Grudna šupljina (između pluća i rebara)	-8 do -4
Između plućnih krila	-2 do +3
Digestivni trakt	
- esophagus	-2
- u stomaku	0-20
- u crevima	10-20
Srednje uvo	< 1

Tabela 6.3: Tipične vrednosti pritiska u ljudskom telu.

### Krvni pritisak

Najčešće merenje arterijskog krvnog pritiska je već opisano i kao što smo videli sastoji se u određivanju sistolnog i dijastolnog pritiska. Ukoliko se

ustanovi da je sistolni pritisak hronično visok, to upućuje na povećan rizik od srčanog udara. Ukoliko je ovaj pritisak previše nizak, može da dovede do nesvestica i osećaja slabosti. Sistolni pritisak dramatično raste u toku fizičkih aktivnosti ali se docnije vraća na normalu. Ovakve oscilacije sistolnog pritiska ne predstavljaju opasnost po organizam čak se može reći da blagotvorno deluje na cirkulaciju krvi. Dijastolni pritisak je sa druge strane indikator balansa fluida u organizmu. Njegova niska vrednost ukazuje na verovatno postojanje unutrašnjih krvarenja i neophodnost transfuzije. Nasuprot ovome, visok dijastolni pritisak ukazuje na proširenje krvnih sudova koje može biti izazvano unošenjem prevelike količine tečnosti u krvni sistem prilikom transfuzije. Posledica toga su otežan rad srca prilikom pumpanja krvi u krvotok.

Krvni pritisak može takodje da se meri i u glavnim venama, srčanim komorama, arterijama koje vode ka mozgu i plućima. Ti pritisci se prate uglavnom tokom operacija kao i kod pacijenata u intenzivnoj nezi. Da bi se izmerile vrednosti ovih pritiska, posebno obučeni medicinski radnici ubadaju tanke cevčice-katetere, na odgovarajuća mesta i povezuju ih sa spoljašnjim mernim uredjajima do kojih se, preko katetera, prenosi pritisak.

### Očni pritisak

Oči imaju uobičajen sferni oblik usled postojanja pritiska u njima, koji se naziva intraokularnim pritiskom i koji je u normalnim uslovima između 12,0 i 24,0 mm Hg. Ukoliko je cirkulacija tečnosti u oku blokirana, to može da dovede do porasta pritiska u njemu, što se naziva *glaukom*. Pritisak u tom slučaju raste do 85,0 mm Hg. Sila koju izaziva ovoliko veliki pritisak može pri tome da trajno ošteti optički nerv. Da bi stekli osećaj o kolikoj je sili reč, podjimo od toga da pozadina prosečnog oka ima površinu od oko  $6 \text{ cm}^2$ , i da na nju, u ovim uslovima, deluje pritisak od 85,0 mm Hg. Sila  $F$  koja odgovara ovom pritisku je, kao što znamo, jednaka proizvodu pritiska  $P$  i površine  $S$  na koju deluje. Da bi silu dobili u njutnima, izrazićemo površinu u  $\text{m}^2$  a pritisak u  $\text{N}/\text{m}^2$ . Odatle je  $F = h\rho gS = (85 \times 10^{-3} \text{ m})(13,6 \times 10^3 \text{ kg}/\text{m}^3)(6 \times 10^{-4} \text{ m}^2) = 6,8 \text{ N}$ . Sila od 6,8 N odgovara masi od  $m = F/g = 6,8 \text{ N}/9,80 \text{ m}/\text{s}^2 \approx 0,69 \text{ kg}$ . To znači da je efekat ovolikog pritiska u oku ekvivalentan situaciji u kojoj bi oko stalno pritiskao teg od oko 700 grama, odakle postaje jasno kako dolazi do oštećenja optičkog nerva.

Ljudi starosti preko 40 godina imaju veću verovatnoću da dobiju glaukom i trebalo bi da se češće podvrgavaju kontroli očnog pritiska. Većina merenja ovog pritiska se svodi na delovanje nekom silom na deo površine oka i na registrovanje ponašanja oka u takvoj situaciji. Ukoliko je intraokularni pritisak

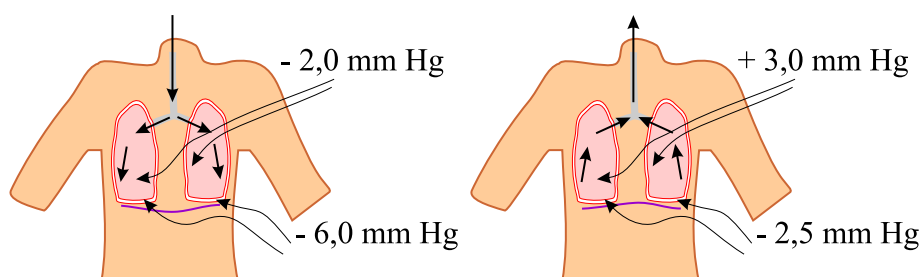


visok oko će se, pri ovome, manje deformisati.

### Pritisak u plućima

Pritisak u plućima raste i opada sa svakim udahom. On pada ispod atmosferskog (negativan kalibrisani pritisak) kada udišemo, odnosno uvlačimo vazduh u njih. On je veći od atmosferskog (pozitivan kalibrisani pritisak) kada izdišemo, odnosno izbacujemo vazduh iz pluća.

Pritisak u plućima nastaje kao rezultat više uticaja. Rad mišića dijafragme i rebrnog prostora je neophodan za udisanje. Mišići povlače plućna krila prema spolja i smanjuju pritisak u njima. Zahvaljujući površinskom naponu u alveolama se stvara pozitivan pritisak koji nam omogućuje da možemo da izbacimo vazduh iz pluća bez dodatnih mišićnih aktivnosti. Ljudi koji su priključeni na aparate za respiraciju izbacuju vazduh iz pluća upravno na taj način. Mišići mogu da dodaju svoj uticaj na taj pozitivni pritisak i da pomognu izbacivanje vazduha (na primer kašljanjem).



Slika 6.29: Pritisci u plućima i grudnoj šupljini tokom udisanja i izdisanja vazduha.

Činjenica je da bi pluća mogla da, usled površinskog napona u alveolama, kolabiraju kada ne bi bila pilepljena za unutrašnji zid grudi adhezionim silama u tečnosti. Pritisak u ovoj tečnosti koja spaja pluća sa zidom grudne šupljine, je usled toga negativan, i kreće se od -4 do -8 mm Hg, u toku izdisanja i udisanja vazduha, respektivno. Ukoliko bi vazduh ušao u grudnu šupljinu, to bi prekinulo vezu pluća za njene zidove, i jedno ili oba plućna krila bi se sakupila. U slučaju da se to desi primenjuje se sukucija, proces kojim se isisava vazduh iz grudne šupljine i ponovo uspostavlja negativan pritisak koji omogućuje širenje pluća.

### Drugi pritisci u telu

**Pritisak u kičmenoj moždini i lobanji.** U normalnim uslovima, u

tečnosti u kojoj se nalazi mozak i koja ispunjava kičmenu moždinu, vlada pritisak od 5 do 12 mm Hg. Jedna od .... .. cerebrospinalne tečnosti je da mozak pliva u njoj. Sila potiska, kojom ona deluje na mozak, je približno jednaka težini mozga jer su njihove gustine približno jednake. Ukoliko u lobanji nema dovoljno tečnosti, mozak počne da dodiruje unutrašnjost lobanje što izaziva glavobolje. Pritisak ove tečnosti se meri tako što se pomoću igala koje se zabijaju između pršljenova i prenose pritisak do nekog pogodnog mernog uređaja.

**Pritisak u mokraćnoj bešici.** Pritisak u mokraćnoj bešici se kreće od 0 do oko 25 mm Hg kada se bešika napuni do njene uobičajene zapremine od oko 500 cm<sup>3</sup>. Kada se u bešici dostigne taj pritisak, javlja se ... refleksi koji stimuliše osećaj da je potrebno uriniranje. Tom prilikom se takodje stimulišu mišići koji se nalaze oko bešike da se kontrahuju, što izaziva porast pritiska na preko 100 mm Hg i pojačanje potrebe za mokrenjem. Kašljanje, naprezanje tela, hladnoća, nošenje tesne odeće i nervoza, kao i pritisak koji stvara fetus kod trudnica, mogu da povećaju pritisak u bešici i da utiču na pojavu ovog refleksa. Pritisak u bešici se meri ili postavljanjem katetera u nju ili ubadanjem igle kroz njen zid, koja prenosi pritisak do odgovarajućeg uređaja za merenje pritiska. Opasnost od visokog pritiska u bešici, koji može biti izazvana i neprohodnošću mokraćnih kanala, može da dovede do vraćanja urina nazad u bubrege i do njihovih oštećenja.

**Pritisak u koštanom sistemu.** Ovaj pritisak je najveći u ljudskom telu jer su i sile koje se javljaju u kosturu relativno velike a deluju na zglobove koji imaju relativno male površine. Kada na primer, čovek ne ustane na pravi način, između pršljenova u kičmi nastaje sila od oko 5000 N koja deluje na oblast površine oko 10 cm<sup>2</sup>. Pritisak koji ona stvara je  $P = F/S = (5000 \text{ N})/(10^{-3} \text{ m}^2) = 5,0 \times 10^6 \text{ N/m}^2$ , odnosno oko 50 atmosfera! Taj pritisak može da ošteti pršljen. U normalnim uslovima su uslovi u kičmi takvi da se stvara pritisak od nekoliko atmosfera. Posledice preterano velikih pritisaka u ljudskom telu se mogu izbeći laganim i ne naglim ustajanjem uz pravilno držanje tela i izbegavanjem ekstremnih fizičkih aktivnosti.

Postoji još interesantnih i medicinski značajnih pritisaka u ljudskom telu. Na primer, pritisak koji nastaje usled mišićnih aktivnosti usled kojih hrana dolazi u želudac, transportuje dalje i usled kojih se kroz digestivni sistem izbacuju štetne materije. *Pritisak u srednjem uvu* izaziva delovanje sile na bubnu opnu ukoliko je drastično različit od atmosferskog. To se može registrovati prilikom leta avionom a javlja se i kod brzog zaranjanja, kada je spoljašnji pritisak velik. Eustahijeva truba koja povezuje srednje uvo i grlo omogućuje nam da izjednačimo pritisak u srednjem uvu i tako izbegnemo razliku u pritiscima.

## 6.2 Dinamika fluida

Do sada smo proučavali fluide u stanju mirovanja i došli do veoma bitnih zakonitosti koje važe za njih. Fluidi međutim, prema samoj njihovoj definiciji, kao osnovnu osobinu imaju to da mogu da *teku*, odnosno da se kreću. Svakodnevni primeri su: dim koji stvara vatra, strujanje vode u rekama i cevima vodovoda, krv koja cirkuliše kroz krvne sudove, ... Odmah se nameće niz pitanja: zašto se dim uvija i stvara vrtloge prilikom podizanja? Zašto se povećava brzina strujanja vode kroz crevo kada mu promenimo presek? Kako telo reguliše protok krvi kroz krvne sudove? Ovo su pitanja na koja se može dobiti odgovor u okviru fizike fluida u kretanju, odnosno dinamike fluida.

### 6.2.1 Veza protoka i brzine strujanja

**Protok** fluida  $Q$ , se definiše kao zapremina koja u jedinici vremena prodje kroz neku tačku (preciznije bi bilo reći kroz neku površinu), odnosno<sup>13</sup>

$$Q = \frac{V}{t}. \quad (6.11)$$

SI jedinica za protok je  $\text{m}^3/\text{s}$ , ali se u svakodnevnoj upotrebi nalaze i neke druge jedinice. Najčešća je litar u minuti, pa tako na primer srce odrasle osobe koja miruje, ima protok krvi od 5,00 litara u minuti.

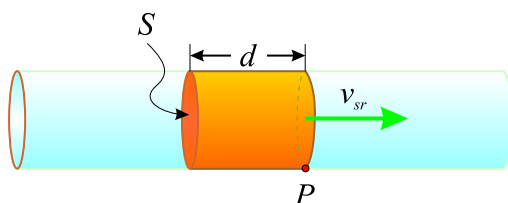
**P r i m e r X.** Koliko kubnih metara krvi prodje kroz srce za prosečan životni vek od 75,0 godina?

**R e š e n j e.** Tražena zapremina je

$$V = Qt = \frac{5,00 \text{ l}}{1 \text{ min}} (74 \text{ god}) \frac{1 \text{ m}^3}{10^3 \text{ l}} (5,26 \times 10^5 \text{ min/god}) = 1,97 \times 10^5 \text{ m}^3.$$

Obzirom na gustinu krvi, ovo je oko 200 000 tona krvi što predstavlja impresivnu vrednost. Protok i brzina strujanja su povezane, iako različite, fizičke veličine. Tako na primer, što je veća brzina rečnog toka, to će veća količina vode da protekne njome, odnosno biće veći zapreminski protok reke. Međutim, protok zavisi i od veličine reke, odnosno njenog poprečnog preseka. Jasno je da će, mnogo više vode u jedinici vremena proteći relativno sporim Dunavom, nego nekim brzim planinskom potokom.

<sup>13</sup>Ove je definicija *zapreminskog* protoka. Na analogan način se definiše i maseni protok kao masa fluida koja u jedinici vremena protekne kroz poprečni presek cevi kroz koju struji fluid.



Slika 6.30: Protok fluida koji struji kroz cev konstantnog preseka srednjom brzinom  $v_{sr}$ .

Fluid koji se nalazi u osenčenom cilindru na slici 6.30 ima zapreminu  $V = Sd$  i on za vreme  $t$  prodje kraj tačke  $P$  na slici, odnosno kroz poprečni presek cevi površine  $S$ . U jedinici vremena će proteći

$$\frac{V}{t} = \frac{Sd}{t}$$

fluida. Kako je  $V/t$  zapreminski protok  $Q$ , a srednja brzina proticanja fluida  $v_{sr} = d/t$ , dobija se jednačina

$$Q = Sv_{sr}, \quad (6.12)$$

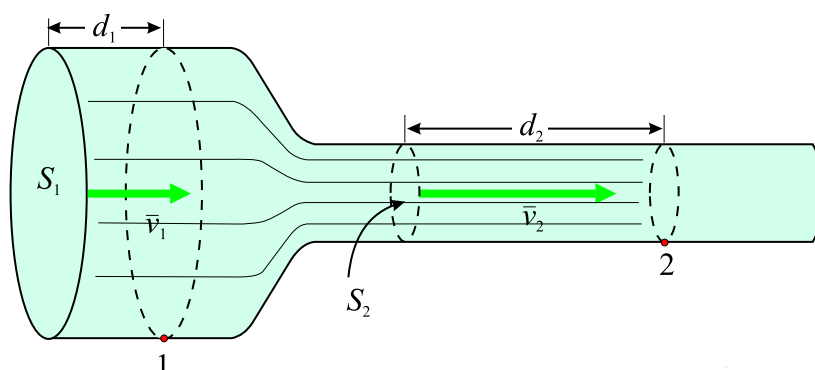
koja povezuje protok i srednju brzinu strujanja fluida.

### 6.2.2 Jednačina kontinuiteta

Šta se dešava ukoliko cev kroz koju protiče fluid nije stalno istog poprečnog preseka? Poznato je da ukoliko na neki način smanjimo poprečni presek baštenskog creva kroz koje struji voda, primetićemo da ona ističe većom brzinom. Slično se dešava i na mestima gde se rečno korito sužava, tamo nastaju brzaci. Suprotno, ukoliko reka naidje na proširenje, voda će teći sporije, ali će se tok ponovo ubrzati na mestu gde se njeno korito sužava. Drugim rečima brzina strujanja raste kada površina poprečnog preseka opada i obrnuto. Na slici 6.31 je prikazano proticanje fluida kroz cev nejednakog poluprečnika.

Ukoliko je fluid čije je proticanje prikazano na slici nije stišljiv (pod dejstvom pritiska mu se ne menja zapremina), ista zapremina fluida će za isto vreme  $t$  da protekne kraj tačaka 1 i 2, odnosno

$$V = S_1 d_1, \quad V = S_2 d_2.$$



Slika 6.31: Što je cev uža, ista zapremina fluida zauzima veći deo cevi.

Kako su putevi  $d_1$  i  $d_2$  koje su iste količine fluida prešle, date relacijama  $d_1 = v_{1sr}t$  i  $d_2 = v_{2sr}t$ , iz jednakosti zapremina (i protoka) se dobija

$$S_1 v_{1sr} = S_2 v_{2sr}. \quad (6.13)$$

Ova jednačina je u dinamici fluida poznata pod nazivom **jednačina kontinuiteta** i važi za sve nestišljive fluide. Prema njoj, brzina fluida je veća tamo gde je presek fluida manji i obrnuto. Drugim rečima, fluid se ubrzava u smeru suženja cevi a to znači da u tom smeru deluje sila.<sup>14</sup> Ova sila nastaje usled razlike pritiska, pa se nameće zaključak da je pritisak veći u širem delu cevi (gde je brzina strujanja manja) a niži u užem delu cevi (gde je brzina strujanja veća).

### 6.2.3 Bernulijeva jednačina

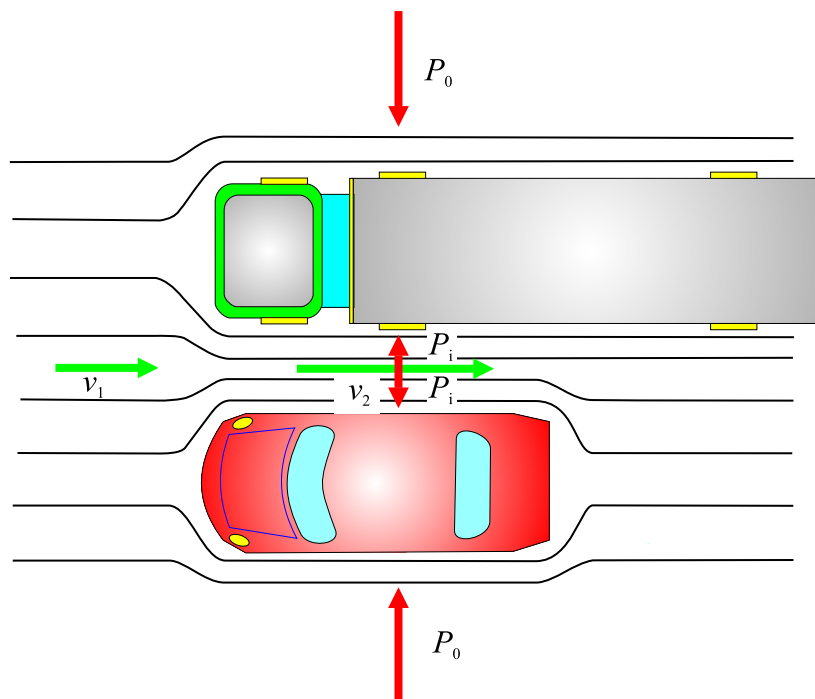
Kada reka teče kroz kanal koji se postepeno sužava, njena brzina raste. Porast brzine nas navodi na zaključak da će porasti i kinetička energija, pa se možemo zapitati odakle se pojavljuje ta dodatna energija? Već smo pomenuli da fluid teče usled razlike u pritiscima, a sila koja se usled te razlike pojavljuje vrši rad i povećava energiju fluida.

Postoji niz primera opadanja pritiska u pravcu duž koga se povećava brzina strujanja fluida. Zavese u tuš kabinama se, pri uključivanju tuša, povijaju prema unutra. Razlog je što tok vode i vazduha kreira negativan kalibrisani pritisak<sup>15</sup> unutar tuš kabine, pa usled toga atmosferski pritisak koji vlada sa druge strane zavese, je pomera ka unutrašnjosti kabine.

<sup>14</sup>Ovakva zaključak direktno sledi iz II Njutnovog zakona.

<sup>15</sup>Podsetimo se za pritisak koji je manji od atmosferskog kaže da je negativan.

Takodje može da se primeti da prilikom preticanja kamiona na auto putu na automobil deluje sila koja je usmerena ka kamionu. Razlog je isti, veća brzina vazduha izmedju automobila i kamiona, od one sa njihovih suprotnih strana, kreira negativan kalibrisani pritisak, tako da na automobil (i kamion) deluje sila izazvana razlikom pritisaka prikazana na slici 6.32.<sup>16</sup>



Slika 6.32: Usled razlike u pritiscima javlja se efekat guranja automobila i kamiona jednog prema drugome.

### Bernulijeva jednačina

Veza izmedju pritiska i brzine fluida je data Bernulijevom jednačinom,<sup>17</sup> prema kojoj je, za nestišljivi fluid bez unutrašnjeg trenja, konstantna sledeća suma

$$P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gh = \text{constant}. \quad (6.14)$$

<sup>16</sup>Opisani efekat je registrovan polovinom 19. veka, kada je primećeno da se vozovi koji se susreću naginju jedan ka drugome.

<sup>17</sup>Daniel Bernoulli (1700-1782), Švajcarski naučnik.

U ovom izrazu je  $P$  apsolutni pritisak,  $\rho$  gustina fluida,  $h$  je visina fluida iznad nekog referentnog nivoa a  $g$  je ubrzanje Zemljine teže. Ukoliko posmatramo mali deo zapremine fluida duž njegove putanje pri strujanju, možemo da kažemo da će veličine koje se pojavljuju u ovoj jednačini moći da se menjaju, ali će njihov zbir pri tome ostati konstantan. Ukoliko indeksima 1 i 2 označimo dve tačke duž posmatrane putanje pri strujanju fluida, Bernulijeva jednačina poprima oblik

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho gh_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho gh_2. \quad (6.15)$$

Bernulijeva jednačina je direktna posledica zakona očuvanja energije. Drugi i treći sabirak na primer, podsećaju na kinetičku i potencijalnu energiju, pri čemu u izrazima, umesto mase stoji gustina, odnosno masa po jedinici zapremine. Tako drugi sabirak može da se zapiše kao

$$\frac{1}{2}\rho v^2 = \frac{mv^2/2}{V} = \frac{E_k}{V},$$

odakle se vidi da predstavlja kinetičku energiju jedinice zapremine fluida. Na sličan način, treći sabirak je

$$\rho gh = \frac{mgh}{V} = \frac{E_p}{V},$$

što znači da predstavlja gravitacionu potencijalnu energiju jedinice zapremine fluida.

Prisetimo da i pritisak  $P$  takodje ima dimenzije energije po jedinici zapremine.<sup>18</sup> Na taj način možemo da zaključimo da je Bernulijeva jednačina, u stvari, zakon održanja energije primenjen na jedinicu zapremine nestišljivog fluida. Da bi bolje razumeli ovu, veoma važnu jednačinu, navešćemo niz situacija u kojima se ona uprošćava i konkretizuje.

### Bernulijeva jednačina za statične fluide

Razmotrimo za početak situaciju kada je fluid u stanju mirovanja, odnosno kada je  $v_1 = v_2 = 0$ . Bernulijeva jednačina u tom slučaju postaje

$$P_1 + \rho gh_1 = P_2 + \rho gh_2.$$

Ukoliko uzmemo da je  $h_2 = 0$ , što znači da smo taj nivo izabrali kao referentni, ova relacija postaje

$$P_2 = P_1 + \rho gh_1,$$

---

<sup>18</sup>Ovaj sabirak zapravo ima veze sa radom koji vrše sile pritiska.

gde  $h_1$  predstavlja visinsku razliku nivoa 1 i 2. To znači, da u statičnom fluidu, pritisak raste sa dubinom i ukoliko se pomerimo sa tačke 1 u tačku 2 u fluidu, pritisak  $P_2$  je veći od pritiska  $P_1$  za  $\rho gh_1$ . Na taj način vidimo da je pritisak za koji znamo da postoji u statičnom fluidu, kao posledica njegove težine i koji ima vrednost  $\rho gh$ , u stvari već uključen u Bernulijevu jednačinu. Dakle, iako je ova jednačina vezana za dinamiku fluida, ona sadrži u sebi i dobro opisuje i fluid koji je u stanju mirovanja.

### Bernulijev princip

Druga važna situacija je kada se fluid kreće stalno na istoj visini/dubini, odnosno kada je  $h_1 = h_2$ . U tom slučaju, Bernulijeva jednačina postaje

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2. \quad (6.16)$$

Strujanje fluida na istoj visini je toliko važno, da se zaključak koji sledi iz primene Bernulijeve jednačine na njega zove **Bernulijev princip**. Već je naglašeno da pritisak opada sa porastom brzine strujanja fluida. Sada vidimo da je i to sadržano u Bernulijevoj jednačini. Na primer, ako je  $v_2$  veće od  $v_1$ , prema jednačini (6.16),  $P_2$  mora da bude manji pritisak od  $P_1$ .

### Primena Bernulijevog principa

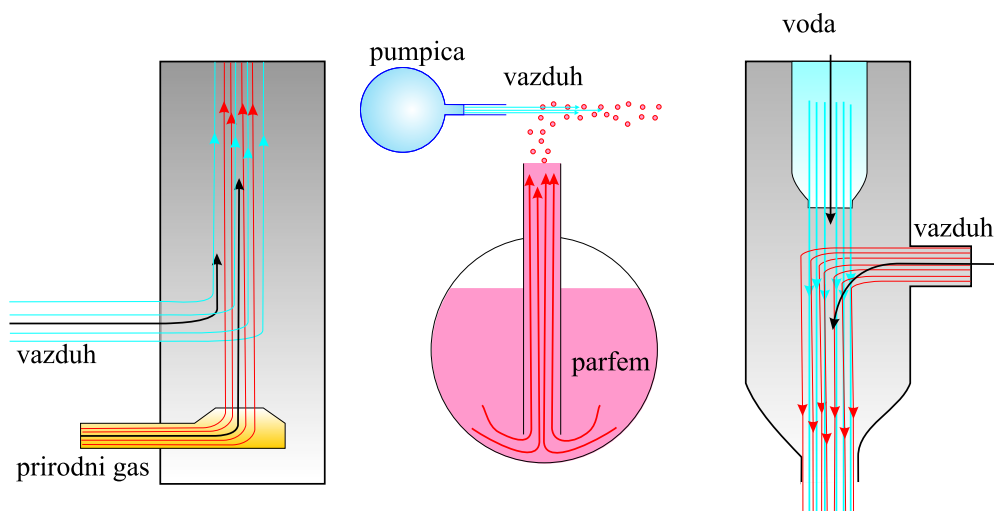
Postoji niz uredjaja i situacija u kojima fluid struji na konstantnoj visini i stoga može biti analiziran na osnovu Bernulijevog principa.<sup>19</sup>

Visok pritisak koji vlada oko fluida koji brzo struji primorava drugi fluid da bude uvučen u struju prvog fluida. Uredjaji koji rade na ovom principu se koriste još od antičkih vremena; na primer kao pumpe koje su podizale vodu na manje visine ili pak služile za isušivanje močvarnog zemljišta.

Na slici 6.33 je prikazan niz takvih naprava. Na prvom delu je skica Bunzenovog plamenika u kojem se kroz mlaznicu promenljivog prečnika propušta prirodni gas, koji stvarajući potpritisak uvlači vazduh da bi se napravila odgovarajuća smeša koja se zatim pali. Na drugom delu iste slike je prikazan raspršivač u kojem se gumenom pumpicom stvara struja vazduha koja prelazi iznad cevčice uronjene u parfem i na taj način izvlači njegove kapljice. Bočice sa sprejevima i karburatori na sličan način izazivaju kretanje delića fluida. Treći deo slike predstavlja aspirator koji koristi brzu struju

<sup>19</sup>Napomenimo da je ljudski rod umeo da u praksi primenjuje Bernulijev princip mnogo pre nego što je on teorijski formulisan.





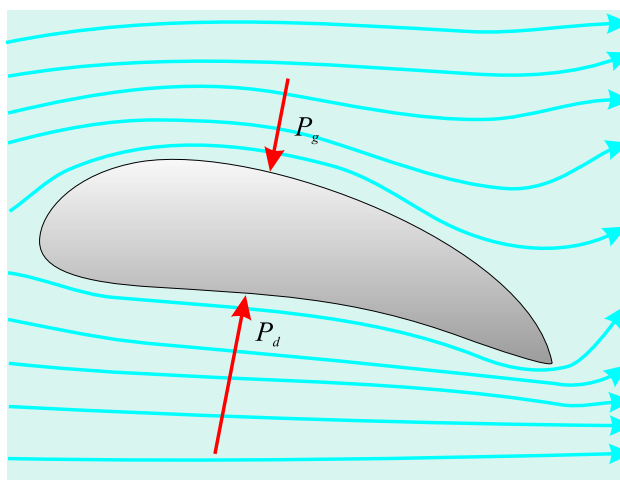
Slika 6.33: Uredjaji koji rade na osnovu Bernulijevog principa.

vode da bi stvorio negativan pritisak. Ovakvi aspiratori se koriste kao sukcionne pumpe u zubarstvu i hirurgiji za isisavanje viška tečnosti (pljuvačke, krvi, ...).

Efekte koje se dešavaju na krilima jedrilica su takodje dobar primer primene Bernulijevog principa u praksi. Na slici 6.34 je skicirano krilo jedrilice koje ima veoma karakterističan oblik. Gornji deo krila je naime nešto duži od donjeg, te usled toga vazduh mora brže da struji preko njega. Usled toga je pritisak koji deluje sa gornje strane  $P_g$  manji od onog koji na krilo odeluje odozdo  $P_d$ . Usled razlike ova dva pritiska pojavljuje se rezultujuća sila (sila uzgona), koja deluje na krilo i izdiže ga.<sup>20</sup> Jedra na jedrenjacima imaju oblik koji podseća na oblik krila pa se iz istih razloga pojavljuje dodatna sila usled koje se jedrenjak kreće.

Slika 6.35 pokazuje uređaj za merenje brzine fluida baziranog na Bernulijevom principu. Manometar je povezan sa dve cevi koje su dovoljno male da ne unose preveliki poremećaj u način strujanja fluida. Cevčice optičke fluid pri čemu kod donje cevčice, na njenom početku, postoji "mrtva tačka" u struji fluida, u kojoj je brzina strujanja jednaka nuli ( $v_1 = 0$ ). Druga cevčica ima otvor sa strane, i fluid ima brzinu  $v_2$  pri strujanju kroz njega (to je istovremeno i brzina strujanja fluida). Prema Bernulijevom principu iskazanom jednačinom (6.16), važi

<sup>20</sup>Krila mogu da izazovu silu uzgona i tako što bi gurala vazduh na dole. U ovom slučaju se sila pojavljuje usled zakona održanja impulsa.



Slika 6.34: Sila dinamičkog pritiska, odnosno uzgona.

$$P_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2. \quad (6.17)$$

Prema tome, pritisak  $P_2$  je manji od pritiska  $P_1$  za iznos  $\frac{1}{2}\rho v_2^2$ , pa će se nivoi fluida u manometru<sup>21</sup> razlikovati za  $h$ , pri čemu će ta visina biti proporcionalna iznosu razlike pritiska. Reši li se ta proporcija po brzini, dobija se

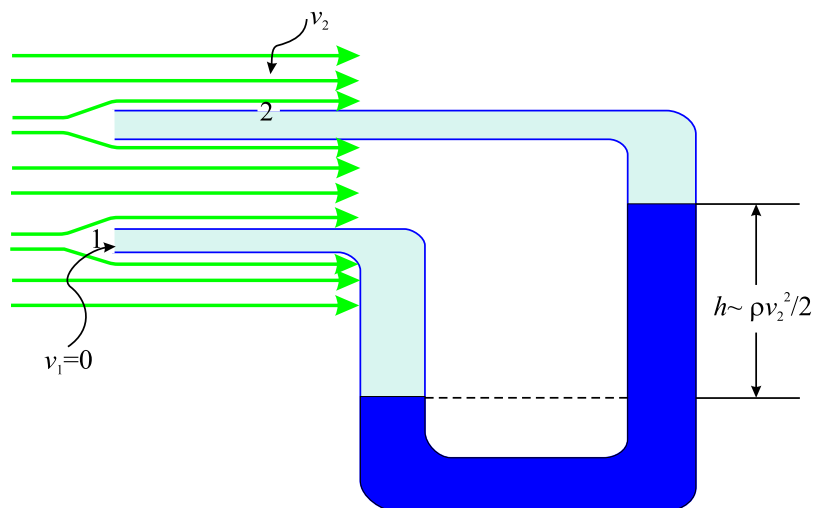
$$v_2 \propto \sqrt{h},$$

te na taj način, nakon kalibracije, ovakav uređaj može da se koristi za određivanje brzine strujanja fluida.

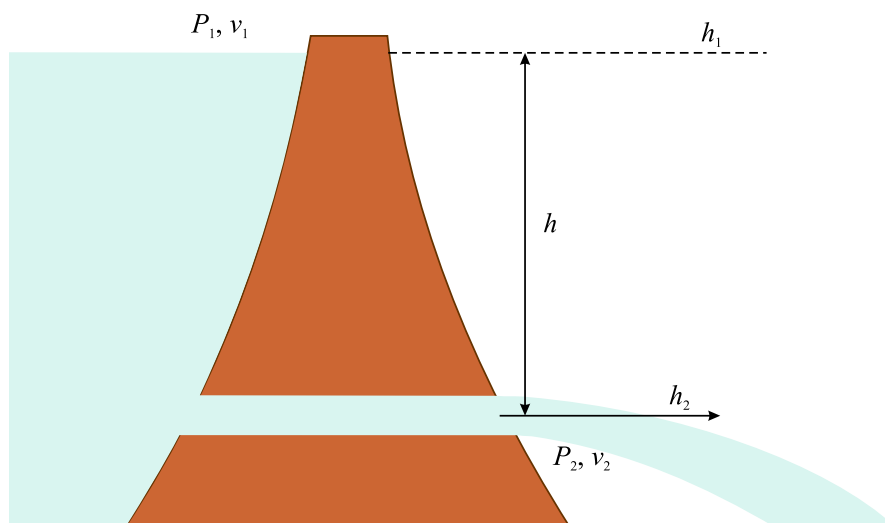
### Toričelijeva teorema

Kada voda izbija iz brane kroz otvore koji se nalaze pri njenom dnu, to se dešava velikom brzinom. Možemo da se zapitamo kolika je brzina njenog isticanja kao i da li zavisi od toga na kom mestu na brani se nalazi otvor? Primenjujući Bernulijevu jednačinu doći ćemo da veoma interesantnog zaključka da je, u slučaju kada možemo da zanemarimo otpor proticanju vode, njena brzina jednaka onoj brzini koju bi imala kada bi padala sa visine  $h$  na kojoj se nalazi njena gornja površina i pri tom je nezavisna od veličine otvora kroz koji ističe.

<sup>21</sup>Taj fluid mora da bude takav da se ne meša sa fluidom čiju brzinu određujemo.



Slika 6.35: Merenje brzine fluida zasnovano na Bernulijevom principu.



Slika 6.36: Isticanje fluida kroz otvor.

Posmatrajmo isticanje vode iz brane, čija se površina nalazi na nekoj visini  $h_1$  od podnožja brane, kroz ispusni otvor koji se nalazi na visini  $h_2$  od podnožja. Obzirom da su odgovarajući pritisci  $P_1$  i  $P_2$ , a brzine  $v_1$  i  $v_2$ , Bernulijeva jednačina glasi

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2.$$

Kako su pritisci koji vladaju na površini vode na brani i kod otvora brane, u stvari jednaki atmosferskom pritisku  $P_{atm}$ , mogu da se skrate, pa ova jednačina postaje

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2.$$

Nakon skraćivanja gustine, rešavanje po brzini isticanja kroz otvor dovodi do

$$v_2^2 = v_1^2 + 2g(h_1 - h_2).$$

Ukoliko za razliku visina nivoa vode u brani  $h_1$  i ispusnog otvora  $h_2$  uvedemo oznaku  $h$ , ova jednačina postaje

$$v_2^2 = v_1^2 + 2gh,$$

gde  $h$  u stvari predstavlja visinu sa koje "pada" voda. Ova je jednačina identična jednačini koja u kinematici važi za slobodan pad<sup>22</sup> tela sa visine  $h$ , početnom brzinom  $v_1$ . U mehanici fluida se ovo tvrdjenje naziva Toričelijevom teoremom.

### Snaga struje fluida

Kao što smo videli u mehanici je snaga definisana kao brzina vršenja rada, odnosno brzina transferisanja energije. Da bi uočili vezu između snage i strujanja fluida razmotrimo Bernulijevu jednačinu u obliku (6.14). Podsetimo se da sva tri sabirka imaju dimenziju energije po jedinici zapremine. Sa stanovišta dimenzionalnosti veličina, ako energiju po jedinici zapremine pomnožimo zapreminskim protokom fluida (zapremina po jedinici vremena), dobijeni izraz će imati dimenzije snage.<sup>23</sup> To znači da će se, ako Bernulijevu jednačinu pomnožimo protokom, dobiti snaga,

$$\left(P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h\right) Q = \text{snaga.} \quad (6.18)$$

<sup>22</sup>Podsetimo se da se termin slobodan pad odnosi na padanje tela u polju Zemljine težee u slučaju kada je otpor vazduha zanemarljiv.

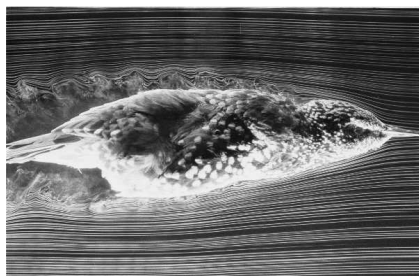
<sup>23</sup>Obzirom da je  $\frac{E}{V} \cdot \frac{V}{t} = \frac{E}{t}$ .

Svaki sabirak u ovoj jednačini ima jasan fizički smisao. Na primer  $PQ$  je snaga koja postoji u fluidu, usled pritiska koji u njemu stvoren na primer nekom pumpom koja dovodi do toga da se u njemu javlja pritisak  $P$ . Slično tome  $\rho v^2/2Q$  je snaga koju fluidu daje njegova kinetička energija, dok je  $\rho ghQ$  snaga koja potiče od potencijalne energije fluida.

#### 6.2.4 Viskoznost i laminarno strujanje. Poazejev zakon

Ako želimo da iz flaše sipamo sok u čašu, to ćemo uspeti da uradimo relativno lako jer će on prosto da se lagano prelije iz posude u kojoj se nalazi u drugu. Ukoliko pak želimo da na palačinke stavimo preliv, obično moramo da pritiskamo bočicu da bi uspele da ga istisnemo u dovoljnoj količini. Razlog različitog ponašanja ovih dveju vrsta tečnosti je što kod njih postoji razlika u sili trenja, kako unutar samih fluida tako i između fluida i okoline. Unutrašnje trenje kod fluida se drugim rečima naziva *viskozno* trenje a sama pojava *viskoznost*. Po smislu ove veličine je jasno da se sok odlikuje manjom viskoznošću od prelića. U okviru dosadašnjih razmatranja u mehanici fluida, iako to nije naglašavano, imali smo u vidu samo takozvane **idealne fluide**, odnosno fluide u kojima nema pojave viskoznosti, odnosno unutrašnjeg trenja.

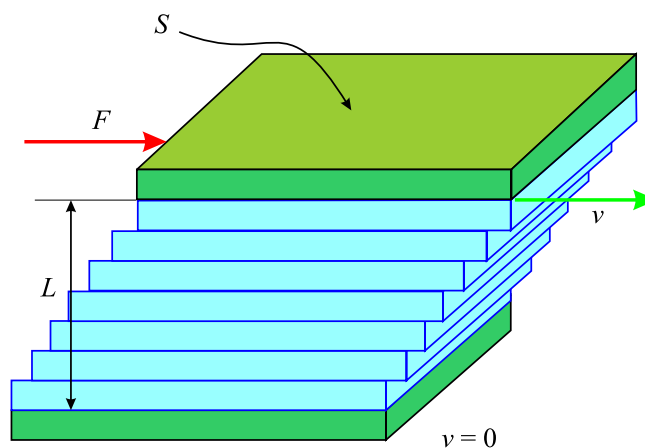
Precizna definicija viskoznosti se bazira na pojmu laminarnog, odnosno, neturbulentnog strujanja (slika 6.37).



Slika 6.37: Laminarno i turbulentno strujanje fluida.

**Laminarno** strujanje se predstavlja strujanje fluida u slojevima koji se međusobno ne mešaju. **Turbulentno** strujanje se karakteriše pojavom vrtloga u kojima se mešaju slojevi fluida. Kod turbulentnog strujanja fluida, postoje komponente brzina delića fluida koje su usmerene u svim mogućim pravcima, a ne samo u smeru kretanja fluida. Linije koje obično crtamo da predstavimo strujanje fluida zapravo predstavljaju putanje njegovih delića i nazivaju se *strujne linije* ili *strujnice*. U slučaju laminarnog strujanja te lin-

ije su glatke i neprekidne, dok kod turbulentnog strujanja nisu prave i imaju prekide. Za pojavu turbulencija u fluidu su u principu odgovorna dva razloga. Turbulentno strujanje može da bude izazvano nekom preprekom koja se nalazi na putu fluida ili pak oštrom krivinom cevi kroz koju on struji. U tim slučajevima se brzini delića fluida saopštavaju dodatne komponente koje su pod nekim uglom u odnosu na prvobitni pravac strujanja. Drugi uzrok je prevelika brzina strujanja za date uslove. Naime, povlačenje slojeva fluida drugim slojevima, može pri dovoljno velikim brzinama, da izazove pojavu vrtloga. Pozabavićemo se sada samo laminarnim strujanjem, ostavljajući da u narednim poglavljima razmotrimo određene aspekte turbulentnog strujanja.



Slika 6.38: Laminarno strujanje fluida između dve ploče površina  $S$ .

Na slici 6.38 je prikazano kako viskoznost utiče na kretanje fluida. Recimo da se fluid nalazi između dve paralelne ploče, pri čemu je donja fiksirana, dok se gornja kreće brzinom konstantnog intenziteta na desno. Obzirom na postojanje trenja između ploče i sloja fluida koji se nalazi tik uz nju, ona će taj sloj povući za sobom. Drugim rečima, sloj fluida koji se nalazi uz ploču se neće kretati u odnosu na nju, odnosno kretaće se njenom brzinom  $v$ , dok će najniži sloj fluida, koji se nalazi tik uz donju ploču, kao i ona sama biti u stanju mirovanja. Sloj fluida koji se nalazi u dodiru sa najvišim slojem će se pri tome naći pod delovanjem dve sile trenja: jednom ga sloj koji se nalazi iznad njega povlači za sobom i tera na kretanje a drugom na njega deluje sloj koji se nalazi ispod njega koji teži da ga zaustavi u tom kretanju. Na taj način će se slojevi fluida kretati različitim vrednostima brzina koje

će opadati od brzine gornjeg sloja  $v$  do brzine najnižeg sloja 0.<sup>24</sup>

U eksperimentima se pokazalo da sila, potrebna da bi se gornja ploča kretala konstantnom brzinom, zavisi od četiri faktora. Prvo, kao što je i prirodno očekivati, ova sila je direktno proporcionalna brzini  $v$ .<sup>25</sup> Drugo, za pomeranje ploče veće površine je potrebna veća sila, pa u tom smislu ona i zavisi od veličine površine ploče  $S$ .<sup>26</sup> Treće, ova sila je obrnuto proporcionalna rastojanju između ploča  $L$ .<sup>27</sup> I četvrti faktor je svakako sama vrsta tečnosti koja se nalazi između ploča. Ovo se izražava karakteristikom sredine koja se naziva *koeficijent viskoznosti* i označava sa  $\eta$ . Što je ovaj koeficijent veći, za održavanje kretanja fluida je potrebna veća sila. Svi pobrajani faktori se mogu iskominovati u jednačinu oblika

$$F = \eta S \frac{v}{L}. \quad (6.19)$$

Prema njoj je koeficijent viskoznosti  $\eta$  definisan kao

$$\eta = \frac{FL}{vS},$$

iz koje se vidi da je SI jedinica koeficijenta  $(\text{N}/\text{m}^2) \cdot \text{s}$ . U tabeli su predstavljeni koeficijenti viskoznosti za razne fluide. Može da se primeti da ovaj koeficijent varira za nekoliko redova veličine od fluida do fluida kao i to da je za gasove mnogo manji nego za tečnosti.

Šta izaziva strujanje fluida? Već smo zaključili da je to pritisak (tačnije razlika u pritiscima između dve tačke). Prirodno je predstaviti da fluid struji u smeru od višeg pritiska ka nižem. Takodje je prirodno da je, što je veća razlika u pritiscima i protok fluida veći. Veza ovih veličina se u tom smislu može opisati relacijom

$$Q = \frac{P_2 - P_1}{R}, \quad (6.20)$$

gde su  $P_1$  i  $P_2$  pritisci u dve tačke fluida (recimo na krajevima cevi), a  $R$  je otpornost proticanju fluida. Otpornost  $R$  uključuje sve faktore (osim pritiska) koji mogu da utiču na protok. Na primer,  $R$  je veća kod dužih cevi

<sup>24</sup>Prisetimo se da je kretanje laminarno, odnosno da se slojevi ne mešaju.

<sup>25</sup>Zavisnost sile i brzine je takva sve dok je kretanje laminarno. Ukoliko je brzina pomeranja gornje ploče toliko velika da je kretanje fluida prešlo u turbulentno, za održavanje brzine je potrebna veća sila, a njena zavisnost od brzine je komplikovanija.

<sup>26</sup>Razlog je u prostoj činjenici da je, u slučaju veće ploče, potrebno pokrenuti veću količinu fluida za šta je naravno potrebna veća sila.

<sup>27</sup>Ovo je takodje prirodno, jer rastojanje od jedne do druge ploče se može tretirati kao rastojanje od napadne tačke sile do tačke u kojoj je telo fiksirano. Što je ovo rastojanje veće potrebna je manja sila da izazove kretanje.

Gas	$t$ (°C)	$\eta \cdot 10^{-3}$ ((N/m <sup>2</sup> ) · s)	Tečnost	$t$ (°C)	$\eta \cdot 10^{-3}$ ((N/m <sup>2</sup> ) · s)
Vazduh	0	0,0171	Voda	0	1,792
	20	0,0181		20	1,005
	40	0,0190		37	0,6947
	100	0,0218		40	0,656
Ugljen dioksid	20	0,0147	Krv	100	0,284
Živa	20	0,0450		20	3,015
Kiseonik	20	0,0203		37	2,084
Vodena para	100	0,0130		Krvna plazma	20
Vodonik	0	0,0090		37	1,257
Helijum	20	0,0196	Etil alkohol	20	1,20
Ugljen dioksid	20	0,0147	Metanol	20	0,584
Amonijak	20	0,00974	Ulje (SAE 10)	20	200
			Maslinovo ulje	20	138
			Glicerin	20	1 500

Tabela 6.4: Koeficijent viskoznosti nekih fluida.

u odnosu na one kraće. Što je veća viskoznost fluida, veća je i otpornost. Pojava turbulencija znatno povećava  $R$ , dok je povećanje poprečnog preseka cevi smanjuje.

Ako je koeficijent viskoznost fluida jednak nuli (idealni fluid), u njemu ne postoji unutrašnje trenje pa time ni otpornost proticanju fluida. Upoređivanje strujanja bez trenja i onoga sa trenjem kroz neku cev, pokazuje da će kod viskoznog fluida brzina biti najveća u sredini toka jer su slojevi fluida koji se nalaze uz zid cevi zalepljeni za njega, dok je kod fluida bez trenja brzina strujanja ista u svim slojevima (slika 6.39).

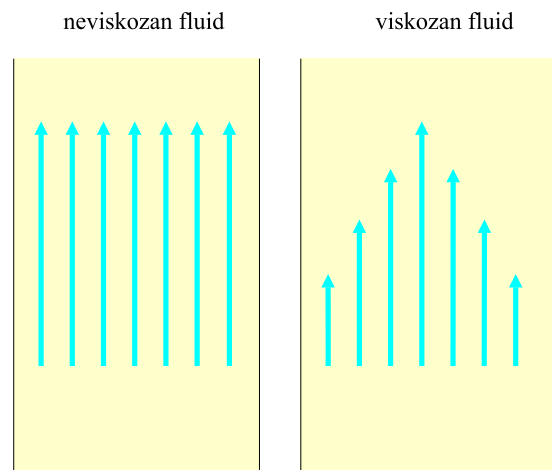
Bez obzira na to što je koeficijent viskoznost vazduha veoma mali, efekat viskoznosti može da se uoči u karakterističnom obliku plamena kod Bunzenovog plamenika (slika 6.40).

Otpornost laminarnom proticanju nestišljivog fluida, koeficijenta viskoznosti  $\eta$ , kroz horizontalnu cev dužine  $l$  i konstantnog poprečnog preseka poluprečnika  $r$ , je data izrazom

$$R = \frac{8\eta l}{\pi r^4}. \quad (6.21)$$

Ova jednačina predstavlja Poazejev zakon otpornosti fluida. Na osnovu nje,





Slika 6.39: Strujanje neviskozoznog ( $R = 0$ ) i viskozoznog ( $R \neq 0$ ) fluida.



Slika 6.40: Bunzenov plamenik.

izraz za protok postaje

$$Q = \frac{(P_2 - P_1)\pi r^4}{8\eta l}, \quad (6.22)$$

što je poznato kao **Poazejev zakon** za laminarno strujanje fluida.

Može se navesti više primera u kojima Poazejev zakon može da se primeni. Poznato je da viskoznost ulja koje se nalazi u motoru automobila opada sa porastom temperature. Da bi motor održao isti protok ulja, on mora kada je hladan da obezbedi veći pritisak ulja nego kada postigne radnu temperaturu.<sup>28</sup>

### 6.2.5 Kriterijum za određivanje karaktera strujanja fluida

Da li je moguće unapred, za date uslove, predvideti karakter strujanja fluida, odnosno da li će ono biti laminarno ili turbulentno?

Iskustvo nam govori da će tečnost koja malom brzinom struji kroz cev glatkih zidova, ili pak optiče telo koje ima veoma glatku površinu, teći laminarno. Suprotno, čak i ako tečnost teče kroz cev glatkih zidova ili pak optiče telo glatke površine, pri dovoljno velikoj brzini će doći do turbulencija. Ako je brzina strujanja negde između malih (kada je strujanje sigurno laminarno) i velikih (kada je strujanje sigurno turbulentno) karakter strujanja se ne može predvideti (slika 6.41).<sup>29</sup>

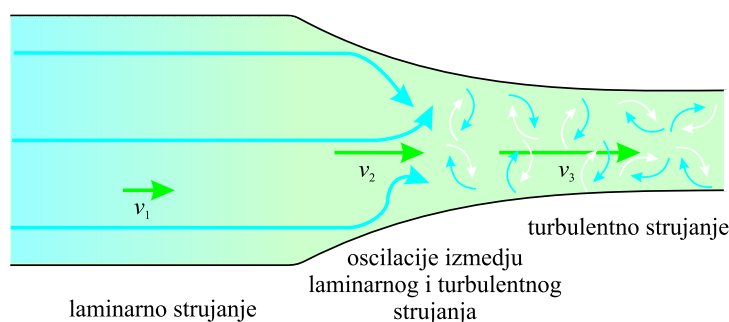
Veličina na osnovu čije vrednosti može da se odredi karakter strujanja se naziva Rejnoldsov broj. Ukoliko se radi o protoku kroz cev konstantnog poprečnog preseka, Rejnoldsov broj je definisan izrazom

$$Re = \frac{2\rho v r}{\eta}, \quad (6.23)$$

gde je  $\rho$  gustina fluida,  $v$  njegova brzina,  $\eta$  koeficijent viskoznosti, a  $r$  poluprečnik preseka cevi. Iz definicije se vidi da je reč o bezdimenzionalnoj fizičkoj veličini. Eksperimenti pokazuju da je za vrednosti ovog broja

<sup>28</sup>Krvotok je takodje dobar primer za primenu ovog zakona jer se protok krvi reguliše promenom veličine krvnih sudova i krvnim pritiskom. Tokom napornog rada krvni sudovi odgovarajućih mišića i organa se izdužuju što izaziva povećanje krvnog pritiska. Time se obezbedjuje ukupni veći protok krvi a time i njen povećan dotok u određene delove tela. Sa druge strane pak smanjenje poluprečnika krvnih sudova, može značajno da smanji protok krvi. Smanjenje poluprečnika krvnog suda od samo 5% (odnosno na 0,95 veličine uobičajenog poluprečnika) smanjuje protok krvi na  $(0,95)^4 = 0,81$ , odnosno na 81% od uobičajene vrednosti. Snižavanje protoka za 19% je izazvano dakle smanjenjem poluprečnika krvnog suda od samo 5%.

<sup>29</sup>Ovo znači da se u tim uslovima karakter strujanja zapravo veoma često i nepredvidivo menja.



Slika 6.41: Laminarno, prelazno i turbulentno strujanje.

ispod 2000 tok fluida laminaran dok je za vrednosti oko 3000 turbulentan. Ukoliko Reynoldsov broj ima vrednost između 2000 i 3000, strujanje je nestabilno,<sup>30</sup> što znači da male opstrukcije ili neravnine na površini mogu da ga učine turbulentnim.<sup>31</sup>

Da li je strujanje turbulentno ili ne, je teško, mada ne i nemoguće predvideti. Teškoće proizilaze iz velike zavisnosti karaktera strujanja od uglačanosti površine cevi ili pak postojanja prepreka struji fluida. Male varijacije u jednom od faktora mogu da imaju velike uticaje na karakter strujanja.<sup>32</sup>

### 6.2.6 Kretanje tela kroz viskozni fluid

Kretanje tela kroz viskozni fluid je ekvivalentno opticanju tog istog, ali stacionarnog tela, fluidom jednake ali suprotno usmerene brzine.<sup>33</sup> Strujanje stacionarnog fluida oko tela koje se kreće kroz njega, može biti laminarno, turbulentno ili kombinacija oba tipa strujanja. Da li će telo koje se kreće kroz fluid izazvati u njemu turbulencije ili ne, može da se odredi na osnovu slične forme Reynoldsovog broja  $Re'$  za kretanje tela kroz fluid

$$Re' = \frac{\rho v L}{\eta}, \quad (6.24)$$

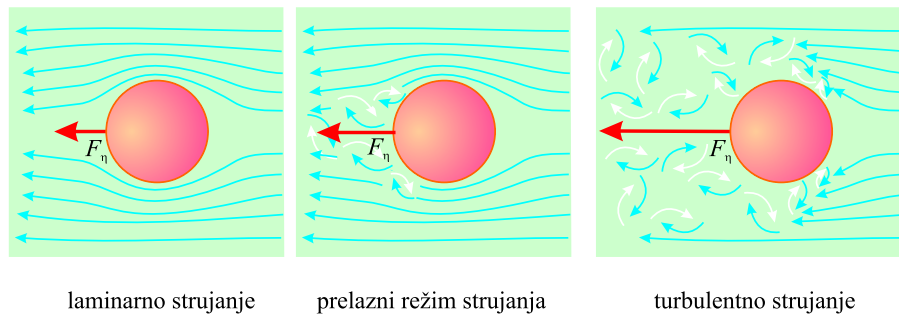
<sup>30</sup>Pojam **haos** je jedan od popularnijih u modernoj nauci. U naučnom smislu, sistem se smatra **haotičnim** ukoliko je njegovo ponašanje veoma osetljivo na neke faktore koje je izuzetno teško predvideti. Dobar primer haotičnog ponašanja je upravo strujanje fluida u uslovima za koje je Reynoldsov broj između 2000 i 3000.

<sup>31</sup>Uz dalje oscilacije između ovog tipa strujanja i laminarnog.

<sup>32</sup>Ovakvi uticaji se nazivaju **nelinearnim**.

<sup>33</sup>Vožnja bicikla brzinom od 10 m/s po vremenu bez vetra je ekvivalentna situaciji u kojoj vetar duva brzinom istog intenziteta u lice stacionarnom biciklisti.

gde je  $L$  karakteristična dimenzija tela (za tela sfernog oblika je to poluprečnik),  $\rho$  je gustina fluida,  $\eta$  koeficijent viskoznosti, dok je  $v$  brzina tela pri kretanju kroz fluid. Ako je  $Re'$  manje od 1, opticanje tela fluidom je laminarno (ukoliko telo ima glatku površinu). Prelazno opticanje se dešava kada je  $Re'$  između 1 i 10 (što opet zavisi od glatкости površine). U zavisnosti od oblika i glatкости površine tela, obično se javlja turbulentni trag iza njega sa laminarnim opticanjem oko njegove čeonе strane. Za  $Re'$  između 10 i  $10^6$ , strujanje može da bude ili laminarno ili turbulentno, odnosno postoje oscilacije između ova dva režima opticanja. Kada je  $Re'$  veće od  $10^6$ , opticanje je potpuno turbulentno (slika 6.42).



Slika 6.42: Kretanje tela na desno je ekvivalentno opticanju fluida sa desna na levo oko stacionarnog tela.

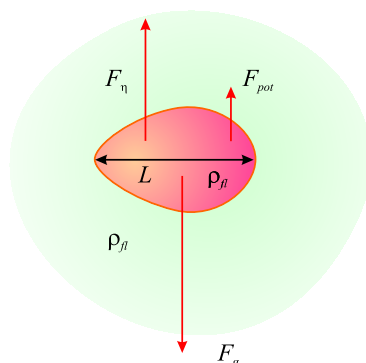
Jedna od konsekvenci viskoznog trenja je sila otpora  $F_\eta$  koja se javlja prilikom kretanja tela kroz fluid. Ona u velikoj meri zavisi od brzine tela (za razliku od sile običnog trenja). Eksperimenti pokazuju da je za laminarno strujanje fluida ( $Re'$  manje od 1), sila otpora proporcionalna prvom stepenu brzine, dok je za  $Re'$  između 1 i  $10^6$ , proporcionalna njenom kvadratu. Ukoliko je  $Re'$  veće od  $10^6$ , sila otpora dramatično raste i ima složeniju zavisnost. Za laminarno strujanje fluida oko sfernog tela,  $F_\eta$  je proporcionalna viskoznosti fluida  $\eta$ , karakterističnoj dimenziji tela  $r$  (poluprečnik) i njegovoj brzini i ima oblik

$$F_\eta = 6\pi\eta rv, \quad (6.25)$$

koji se naziva Stoksovom silom.

Na slici 6.42 je prikazano nastajanje turbulencija u fluidu sa porastom brzine kretanja tela (ili fluida). Sa povećanjem brzine fluida, javljaju se delimične turbulencije, usled kojih nastaje karakterističan trag iza tela, počev od mesta gde se strujne linije odvajaju od površine tela. Pri tome je pritisak u turbulentnom tragu manji od pritiska na čeonj strani tela gde je brzina

strujanja fluida manja. Usled razlike u pritiscima nastaje dodatna sila otpora kretanju tela koja je značajno veća od one pri laminarnom opticanju.



Slika 6.43: Sile koje deluju na telo pri njegovom kretanju kroz fluid.

Veoma interesantna posledica porasta sile viskoznog trenja (otpora kretanju tela) sa brzinom je, da telo koje pada kroz viskozni fluid neće neprekidno da se ubrzava. Naime, sa porastom brzine tela raste i sila otpora fluida njegovom kretanju koja će ga usled toga sve više i više usporavati. U momentu kada ubrzanje postane jednako nuli, telo dostiže neku graničnu brzinu i nastavlja da se na dalje kreće njome. Ovo važi za, na primer, čestice peska u moru, ćelije koje "padaju" u centrifugi, za padobranca koji pada kroz vazduh, ...<sup>34</sup>

Slika 6.43 prikazuje neke od faktora koji utiču na graničnu brzinu kretanja tela kroz dati fluid. Sila viskoznog trenja koja deluje na telo zavisi od koeficijenta viskoznosti tečnosti i brzine tela. Osim nje na telo, u smeru suprotnom od gravitacione sile  $F_g$  deluje i sila potiska  $F_{pot}$  koja zavisi od gustine fluida. Granična brzina će u tom smislu biti veća za fluide manje viskoznosti i za tela malih dimenzija.

Poznavanje granične brzine za kretanje kroz dati fluid je korisno za određivanje brzine sedimentacije (taloženja) malih čestica. Ukoliko se ovaj proces odvija pod uticajem gravitacije on može jako dugo da traje.<sup>35</sup> Da bi se ovaj proces ubrzao koriste se centrifuge jer se u njima stvara ubrzanje koje, kao što smo videli, može da bude mnogo veće od gravitacionog. Na taj način se povećava granična brzina a time i značajno ubrzava proces taloženja.

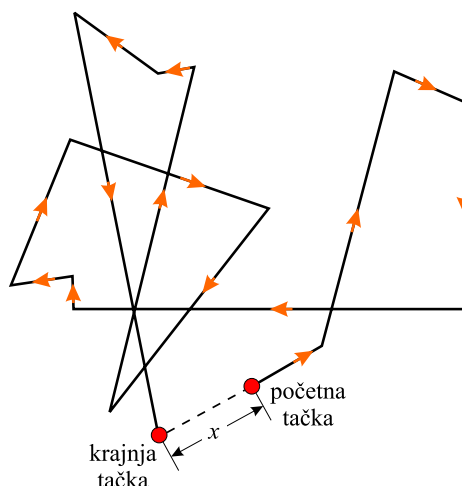
<sup>34</sup>Sva ova tela kreću iz stanja mirovanja, ubrzavaju, dostižu graničnu brzinu i nakon toga se dalje kreću njome.

<sup>35</sup>Mutna voda veoma sporo postaje bistra.

### 6.2.7 Molekularni transportni procesi. Difuzija, osmoza i drugi procesi

Kocke leda iz komore frižidera često poprime miris hrane koja se nalazi u njemu. Kada naprskamo odgovarajući sprej na oteklinu uganutog članka on posle nekog vremena splasne. I u jednom i u drugom slučaju imamo posla sa kretanjem fluida, doduše na mikroskopskom,<sup>36</sup> odnosno atomskom i molekularnom nivou.

Na svakoj temperaturi iznad apsolutne nule, atomi i molekuli date supstance se nalaze u stalnom kretanju. Kada je reč o fluidima to kretanje je u potpunosti haotično, što drugim rečima znači da ne postoji ni jedan privilegovan pravac u kojem se ono odvija. Prenos supstance, sa mesta gde je ona u većoj koncentraciji u oblast gde joj je koncentracija manja, koji se odvija kao posledica postojanja haotičnog molekularnog kretanja, se naziva **difuzija**.<sup>37</sup>



Slika 6.44: Haotično kretanje molekula fluida.

Difuzija je, zbog čestih međusobnih sudara molekula veoma spor proces, tačnije relativno sporo dolazi do njegove makroskopske manifestacije. Naime, uobičajene gustine fluida su toliko velike da molekuli ne mogu da prodju velika rastojanja a da se ne sudare sa drugim molekulima. Prilikom tih sudara nije moguće predvideti u kom pravcu će molekuli nakon toga

<sup>36</sup>Kretanje fluida kao celine, koje je do sada proučavano, se naziva makroskopskim.

<sup>37</sup>Fluidi mogu na ovaj način čak da prolaze i kroz materiju koja je u čvrstom agregatnom stanju (dimljenje mesa, ...).

nastaviti da se kreću. Može da se pokaže da je srednje rastojanje  $x_{k_{sk}}$  koje molekuli mogu da predju zadato izrazom

$$x_{k_{sk}} = \sqrt{2Dt}. \quad (6.26)$$

U ovom izrazu se kao reprezent prosečnog pomeraja molekula usled haotičnog kretanja uzima koren srednjeg kvadrata rastojanja ( $x_{k_{sk}}$ ) predjenog u ovom procesu.  $D$  je konstanta difuzije čije vrednosti zavise od tipa molekula i vrste sredine kroz koju se oni kreću.

Molekul	Sredina	$D$ (m <sup>2</sup> /s)
Vodonik ( $H_2$ )	Vazduh	$6,4 \times 10^{-5}$
Kiseonik ( $O_2$ )	Vazduh	$1,8 \times 10^{-5}$
Kiseonik ( $O_2$ )	Voda	$1,0 \times 10^{-9}$
Glukoza ( $C_2H_{12}O_6$ )	Voda	$6,7 \times 10^{-10}$
Hemoglobin	Voda	$6,9 \times 10^{-11}$
DNK	Voda	$1,3 \times 10^{-12}$

Tabela 6.5: Koeficijent difuzije na  $t = 20^\circ\text{C}$  i na pritisku od 1 atmosfere.

Analizirajući koeficijente difuzije prezentovane u tabeli možemo da primećimo da on opada sa povećanjem mase molekula. To se dešava usled toga što je srednja brzina molekula na datoj temperaturi obrnuto proporcionalna njihovoj masi. Posledica je da masivniji molekuli sporije difunduju. Druga ineteresantna činjenica je da  $D$  za kiseonik u vazduhu ima mnogo veću vrednost nego u slučaju difundovanja kiseonika kroz vodu. Razlog je što se u vodi sudari dešavaju češće pa je samim tim proces difuzije sporiji. Dodajmo još da konstanta difuzije raste sa temperaturom usled porasta srednje brzine kretanja molekula.

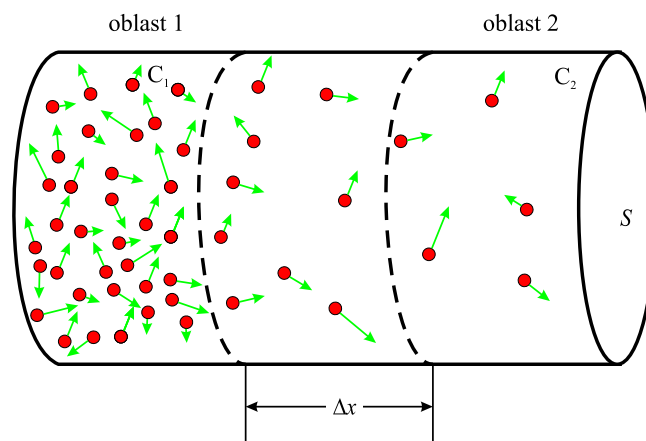
Obzirom da je reč o veoma sporom procesu, efekti difuzije imaju veći značaj na malim rastojanjima. Tako, na primer, rožnjača oka većinu kiseonika dobija njegovom difuzijom kroz tanak sloj tečnosti koji je pokriva.

### Brzina i smer difuzije

Ako stavimo kap mastila u čašu čiste vode njegove čestice će lagano širiti sve dok koncentracija molekula mastila ne bude jednaka u celoj čaši. Ovakvo difundovanje se naziva slobodnim jer nema ničega što bi je sprečavalo.

Prilikom difuzije čestice dakle uvek idu iz oblasti gde im je veća koncentracija u oblasti u kojima je ona manja. Obzirom da je kretanje molekula

haotično (nema privilegovanih pravaca) jasno je da je veća verovatnoća da će molekuli izlaziti iz oblasti u kojima su u većoj koncentraciji nego što će ulaziti u nju iz ostalog dela sredine u kojima su manje koncentrisani. Osim toga brzina difundovanja će, istom logikom, biti veća u početku procesa, kada su se koncentracije više razlikovale, nego kasnije kada je već došlo do delimičnog izjednačavanja. Može se reći da je brzina difundovanja propor-



Slika 6.45: Dufuzija iz oblasti više u oblast niže koncentracije. Brzina difundovanja je proporcionalna razlici koncentracija.

cionalna razlici koncentracija. Mnogo više molekula će napustiti oblasti veće koncentracije nego što će u njega ući iz oblasti u kojoj je koncentracija manja. A kada se uspostavi ista koncentracija u celoj zapremini, iako će se čestice i dalje haotično kretati, neće postojati rezultujuće pomeranje molekula.<sup>38</sup> Brzina difundovanja takodje zavisi i od tipa sredine i molekula koji difunduju, odnosno od koeficijenta difuzije  $D$ , pri čemu se ova zavisnost određuje eksperimentalno.

### Osmoza i dijaliza - difuzija kroz membrane

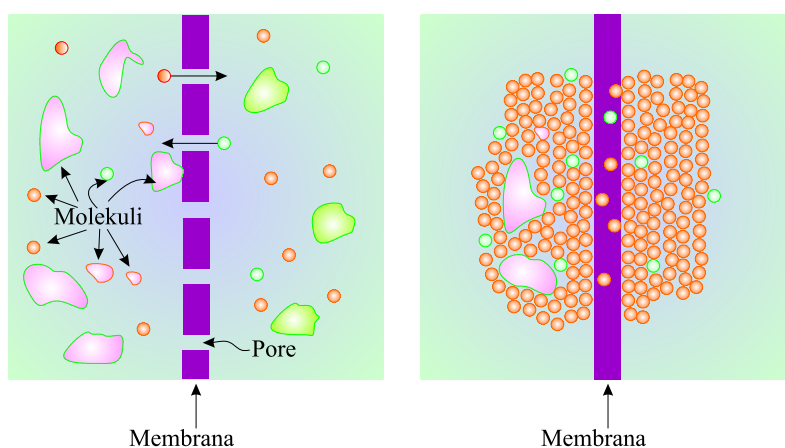
Veoma je interesantan proces difundovanja koji se odvija kroz prepreke koje mogu da utiču na brzinu difundovanja. Kada na primer naprskamo sprej na nogu, difuzija se odvija kroz našu kožu. Difuzija kroz ćelijsku membranu je veoma važan način transporta materije. Mnoge supstance difunduju kroz nju: kiseonik ulazi unutra, ugljen dioksid izlazi, hranljive materije ulaze,

<sup>38</sup>Drugim rečima, ako posmatramo neki deo zapremine fluida, broj molekula koji udju u tu zapreminu će biti jednak onome koji izadju iz nje.



štetne izlaze, ... Kako je membrana veoma tanka (obično je njena debljina  $65 \times 10^{-10}$  do  $100 \times 10^{-10}$ m), brzina difundovanja kroz nju može biti velika.

Ćelijska membrana je, generalno govoreći, selektivne propustljivosti, odnosno **polupropustljiva** (slika 6.46). Selektivna propustljivost se kod jednog tipa membrana postiže time što one imaju male pore koje dozvoljavaju samo malim molekulima da prodju kroz nju. Kod drugog tipa membrana molekuli se, pre difundovanja, prvo rastvaraju u njoj ili pak reaguju sa molekuluma dok prolaze.

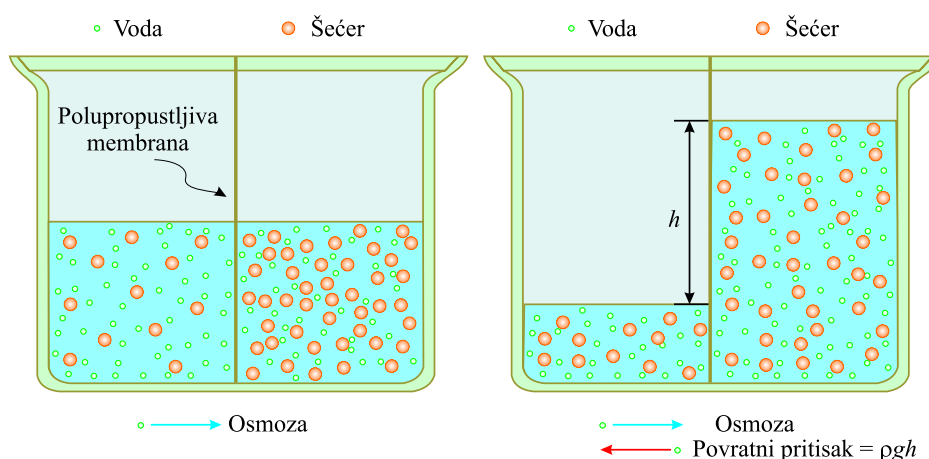


Slika 6.46: Polupropustljiva membrana sa malim porama koja selektuje molekule po veličini i membrana u kojoj se molekuli rastvaraju pri prolasku kroz nju.

Proces transporta vode kroz polupropustljive membrane, iz oblasti veće u oblast manje koncentracije, se naziva **osmoza**. Voda je na primer u većoj koncentraciji u otoku nego u oblogama koji se stavljaju na njih tako da usled razlike u koncentraciji ona difunduje kroz kožu. Proces transporta molekula neke druge vrste kroz polupropustljivu membranu usled razlike u koncentracijama se naziva **dijaliza**. I osmoza i dijaliza se dešavaju u bubrežima prilikom prečišćavanja krvi.

Ukoliko proces osmoze traje duže vreme, on može da stvori značajan pritisak (slika 6.47). U procesu osmoze voda prolazi sa leva na desno, gde je u manjoj koncentraciji, podižući na taj način nivo rastvora sa desne strane. Taj proces će trajati sve dok hidrostatički pritisak  $\rho gh$ , takozvani *povratni pritisak*, koji se pri tome stvara ne bude dovoljno veliki da može da zaustavi osmozu. Ako je jedan od rastvora čista voda, povratni pritisak  $\rho gh$  koji zaustavlja osmozu se naziva **osmotski pritisak**. Ukoliko ni jedan od

rastvora nije voda ovaj pritisak se naziva **relativni osmotski pritisak**. Osmotski pritisak može da bude veoma veliki, što naravno zavisi od razlike koncentracija rastvora odvojenih membranom. Ako su, na primer, čista i morska voda razdvojene polupropustljivom membranom koja ne dozvoljava prolazak soli, osmotski pritisak iznosi čak 25,9 atmosfera. To znači da će voda prolaziti kroz membranu sve dok se nivo slane vode ne podigne na 261 metar visine iznad površine čiste vode. Dijaliza takodje može da proizvede veoma visok pritisak.



Slika 6.47: Dva rastvora šećera u vodi različite koncentracije odvojena polupropustljivom membranom koja propušta vodu a ne i šećer. Usled osmoze dolazi do stvaranja povratnog pritiska jednakog relativnom osmotskom pritisku.

Obrnuta osmoza i dijaliza (naziva se još i filtracija) su procesi koji se dešavaju kada je povratni pritisak dovoljan da okrene uobičajeni smer ova dva procesa. Obrnuta osmoza može da se iskoristi za desalinizaciju morske vode za šta je potrebno da je primoramo da prolazi kroz membranu koja ne propušta molekule soli. Slično, obrnuta dijaliza može da se iskoristi za filtriranje bilo koje supstance koju membrana ne propušta.

Analiza transporta materije kroz membrane može ponekad da nas dovede do zaključka da one prolaze u smeru u kome ne bi trebalo. Koren čempresa na primer, ekstrahuje čistu vodu iz morske u procesu iako bi osmoza trebalo da se vrši u suprotnom smeru. To nije obrnuta osmoza jer ne postoji povratni pritisak koji bi je pokrenuo. To što se dešava se naziva **aktivni transport**, a to je proces u kome ćelijska membrana troši energiju u prenosu supstance kroz nju. Ovo je česta pojava pa tako na primer bubrezi ne koriste za

transport materije samo ozmosu i dijalizu već u značajnoj meri i aktivni transport. Čak negde oko 25% energije tela se troši na aktivni transport materije na ćelijskom nivou.<sup>39</sup>

### 6.3 Zadaci

1. Odrediti dubinu vode na kojoj je pritisak koji potiče od njene težine jednak 1 atm.
2. Izračunati silu potiska koja deluje na 10 000 tona čelika koji je u potpunosti potopljen u vodi i uporediti je sa težinom čelika. Kolika je maksimalna sila potiska kojom voda deluje na istu količinu čelika ukoliko je ona upotrebljena da se napravi brod koji može da najviše istisne  $1,00 \times 10^3 \text{ m}^3$  vode?
3. Procenti vrednost sile koja deluje na bubnu opnu kada se nalazimo 5,0 m ispod površine vode.
4. Ledeni breg pliva u morskoj vodi gustine  $917 \text{ kg/m}^3$ . Koliki deo brega se nalazi ispod površine mora?
5. Na baštensko crevo poluprečnika 0,900 cm, je stavljen nastavak čiji je poluprečnik 0,250 cm. Protok kroz crevo sa nastavkom je 0,500 litara u sekundi. Odrediti brzinu vode u crevu i u nastavku.
6. Da li će se, prilikom kretanja teniske loptice poluprečnika 7,40 cm, kroz vazduh pojaviti turbulencije? Brzina loptice je 40 m/s.

### 6.4 Rešenja

1. Na osnovu jednačine (6.2), dubina je

$$h = \frac{P}{\rho g},$$

pa ako uzmemo da je pritisak jednak 1 atm, a za gustinu  $\rho$  uzmemo gustinu vode dobićemo

$$h = \frac{1,01 \times 10^5 \text{ N/m}^2}{(1,00 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)(9,80 \text{ m/s}^2)} = 10,3 \text{ m.}$$

---

<sup>39</sup>Analiza aktivnog transporta je predmet proučavanja mikrobiologije, biofizike, biohemije i predstavlja područje fascinatne primene zakona prirode na živa bića.

2. Da bi našli silu potiska treba zapravo odrediti kolika je težina vode koju je čelik istisnuo. Zapremina istisnute vode je jednaka zapremini čelika, odnosno

$$V_t = \frac{m_t}{\rho_t} = \frac{1,00 \times 10^7 \text{ kg}}{7,8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3} = 1,28 \times 10^3 \text{ m}^3.$$

Masa istisnute vode je prema tome

$$m_f = \rho_f V_t = (1,000 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)(1,28 \times 10^3 \text{ m}^3) = 1,28 \times 10^6 \text{ kg}.$$

Sila potiska, odnosno težina čelikom istisnute vode je, prema tome

$$F_p = Q_f = m_f g = (1,28 \times 10^6 \text{ kg})(9,80 \text{ m/s}^2) = 1,3 \times 10^7 \text{ N}.$$

Težina čelika  $m_t g = 9,80 \times 10^7 \text{ N}$ , je znatno veća od sile potiska pa zato čelik tone.

U zadatku je data maksimalna količina vode koju brod može da istisne. Sila potiska je naravno jednaka njenoj težini. Masa istisnute vode je prema tome

$$m_f = \rho_f V_f = (1,000 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)(1,00 \times 10^5 \text{ m}^3) = 1,00 \times 10^8 \text{ kg}.$$

Maksimalna sila potiska je težina te količine vode, odnosno

$$F_p = Q_f = m_f g = (1,00 \times 10^8 \text{ kg})(9,80 \text{ m/s}^2) = 9,80 \times 10^8 \text{ N}.$$

Kao što se vidi, maksimalna sila potiska je oko deset puta veća od težine broda. To znači da ovaj broj može da nosi teret koji je oko devet puta teži od njega samog.

3. Prvo je potrebno naći razliku u pritisku između 5,0 metara ispod površine vode i na njenoj površini to jest na nivou mora a potom na osnovu procene o površini bubne opne dobiti silu.

Pritisak u srednjem uhu je atmosferski  $P_{atm}$ , a razlika u pritisku u njemu se javlja usled boravka na dubini  $h = 5,0 \text{ m}$  ispod nivoa vode, odnosno

$$P_{abs} = P_{atm} + \rho g h,$$

$$P_{abs} - P_{atm} = \rho g h = (1,00 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)(9,80 \text{ m/s}^2)(5,0 \text{ m}) = 4,9 \times 10^4 \text{ Pa}.$$

Površina bubne opne je približno  $S = 1 \text{ cm}^2 = 1 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ . Na osnovu toga je sila  $F = \rho g h S \approx 5 \text{ N}$ .

4. Težina ledenog brega je  $Q = \rho_l V_l g$ , gde je  $\rho = 917 \text{ kg/m}^3$ , a  $V_l$  je zapremina celog ledenog brega. Intenzitet sile potiska je jednak težini tečnosti koju je breg istisnuo, odnosno iznosi  $F_p = \rho_f V_{pot} g$ , gde je sa  $V_{pot}$  kao i do sada, označen deo tela koji je potonuo, odnosno nalazi se ispod nivoa fluida. Sa  $\rho_f$  je označena gustina morske vode koja iznosi  $1030 \text{ kg/m}^3$ . Obzirom da breg pliva po vodi ove dve sile moraju da budu jednake

$$\rho_l V_l g = \rho_f V_{pot} g,$$

na osnovu čega je deo brega koji se nalazi ispod vode

$$\kappa = \frac{V_{pot}}{V_l} = \frac{\rho_l}{\rho_f} = \frac{917}{1030} = 0,890 = 89\%$$



Slika 6.48: Veći deo ledenog brega se nalazi ispod vode.

Proračun je pokazao da je zapravo mnogo veći deo ledenog brega ispod vode. Iz tog razloga ledeni bregovi predstavljaju veliku opasnost za brodove jer se ne može naslutiti kakvog je oblika i dokle se prostire deo koji se ne vidi. Ova činjenica čini susrete brodova i ledenih bregova veoma opasnim i često fatalnim po brodove (najpoznatiji slučaj je brodolom Titanika).

5. Protok je povezan sa brzinom strujanja i površinom poprečnog preseka relacijom  $Q = S v_{sr}$ , pri čemu je  $S = \pi r^2$ . Odavde će brzine kroz crevo  $v_{1sr}$  i kroz nastavak  $v_{2sr}$ , biti

$$v_{1sr} = \frac{Q}{\pi r_1^2} = \frac{(0,500 \text{ l/s})(10^{-3} \text{ m}^3/\text{l})}{3,14(9,00 \times 10^{-3} \text{ m}^3)^2} = 1,96 \text{ m/s}.$$

Brzina strujanja kroz uži nastavak creva, se može dobiti na analogan način, ali se može odrediti na osnovu jednačine kontinuiteta

$$S_1 v_{1sr} = S_2 v_{2sr},$$

odakle je

$$v_{2sr} = \frac{S_1}{S_2} v_{1sr} = \frac{\pi r_1^2}{\pi r_2^2} v_{1sr} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 v_{1sr}.$$

Nakon zamene brojčanih podataka, dobija se

$$v_{2sr} = \left(\frac{0,900 \text{ cm}}{0,250 \text{ cm}}\right)^2 1,96 \text{ m/s} = 25,5 \text{ m/s}.$$

6. Iz tabela se može pročitati da je za vazduh  $\rho = 1,29 \text{ kg/m}^3$ ,  $\eta = 1,81 \times 10^{-5} \text{ Ns/m}^2$ , pa je

$$Re' = \frac{(1,29 \text{ kg/m}^3)(40 \text{ m/s})(0,0740 \text{ m})}{1,81 \times 10^{-5} \text{ Ns/m}^2} = 2,11 \times 10^5.$$

Dobijena vrednost pokazuje da se, prilikom opticanja loptice vazduhom, neće pojaviti turbulencije.